

الجمهورية العربية السورية

وزارة التربية

المركز الوطني للمتميزين

N.C.D

مشروع للصف الثاني الثانوي في مادة الرياضيات بعنوان:

الحساب الذهني

Mental Math

إعداد الطالب: صالح مصطفى الرحمون

إشراف المدرس الموقر: لؤي حمرة

بتاريخ: طرطوس* ٢٠١٣.

بسم الله الرحمن الرحيم

(وقل اعملوا فسيرى الله عملكم ورسوله والمؤمنون) صدق الله العظيم .

إهداء:

إلى الشمعة البراقة التي أنارت دربي وعمري وكانت موجهتي في هذه الحياة

إلى التي سهرت وشقت على تربيتي وتعليمي

إلى القلب الحنون الذي لطالما احتضنني ومدني بالحب والحنان

إلى من كان مثلي الأعلى في الحياة

إلى من كان دليلي ومرشدي في حياتي

إلى الإنسان والإنسانة اللذان ضحيا بنفسهما لتذليل العقبات أمامي وتنشئتي تنشئة سليمة

أمي الغالية و أبي الغالي

إلى الأستاذ الذي كان عوناً لي في هذا العمل والذي قدم لي الكثير من المعلومات القيمة والتي لولاها لما اكتمل هذا المشروع

الأستاذ الموقر لؤي حمرة

الفهرس:

المدخل:

$925 \times 239 = ????$

$425 \times 136 = ????$

$(124)^2 = ????$

$(85)^2 = ???$

$\sqrt[3]{15625} = ????$

$\sqrt[3]{91125} = ????$

كل هذه الأسئلة وأكثر بإمكانك الإجابة عنها في ثوانٍ عن طريق

الحساب الذهني

$(48)^3 = ????$

$(94)^3 = ???$

$23474 \times 11 = ???$

$35463 \div 48 = ???$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 + 5x + 4 \\ \times \quad 3x^3 + 2x^2 + x + 1 \\ \hline ??????????????? \end{array}$$

هل لديك الثقة الكافية لتعتقد بأن عقلك يستطيع أن يحسب أسرع من الآلة الحاسبة؟؟!!!
هل تعتقد بأنك قادر على إنجاز العمليات الحسابية المعقدة من ضرب وقسمة ... وغيرها في عقلك وبلمح البصر ؟؟!!!
هل لديك الاستعداد لكي ترمي آلتك الحاسبة من النافذة؟؟

صدقني أنت قادر على الحساب بسرعة فائقة فالعقل الذي تملكه له قدرات كبيرة جداً ولكنك لا تمنح نفسك فرصة لكي تجرب ذلك واعلم أن الانسان العادي لا يستخدم سوى من *3%* إلى *10%* من قدراته العقلية، فخذ بنصيحتي واقرأ هذا الكتاب لكي ترى بنفسك قدرتك الحسابية العالية، وبعد أن تنتهي من قراءته احكم بنفسك.

التمهيد:

احتلت الرياضيات مكانة متميزة منذ أقدم العصور لما لها من تطبيقات متعددة ومتنوعة، ولأنها غزت جميع فروع العلوم المختلفة وأصبحت تشكل أحد مقوماتها الأساسية، حيث تمنح الرياضيات لكل من يريد أن يفهم ظواهر الحياة أو يحل مشكلات أو يتخذ قرارات نماذج منسجمة ومجموعة وسائل وأدوات غالبا ما تكون فعالة، وبهذا فهي لاتهم المتخصص أو الباحث وحده فقط ، بل تهم أيضا كل فرد مسؤول يرغب في التعامل مع محيطه بذكاء، فالرياضيات أداة لاكتساب المعارف ووسيلة لتكوين الفكر، تسهم في نمو قدرات المتعلم الذهنية وتشارك في بناء شخصيته، ودعم استقلاليته وتسهيل مواصلة تكوينه المستقبلي ، كما تسمح للمعلم باكتساب أدوات مفهوماتية وإجرائية مناسبة، تمكنه من القيام بدوره بثقة وفاعلية في محيط اجتماعي متطلب أكثر فأكثر، وفي عالم متحول يتحول باستمرار.

وتكمن أهمية الرياضيات من وجهة نظر العديد من العلماء والمهتمين بتدريسها، في كونها أداة مهمة لتنظيم الأفكار وحل المشكلات، لذلك تجدها من بين المواد الأساسية التي تهتم بها المدارس نظراً لحاجة المتعلم إليها في حياته العملية كما أنها تعتبر لغة العلم لما لها من مواصفات الدقة والموضوعية في نتائجها، ويجد فيها المتعلم رياضة عقلية جمة الفوائد.

ونظراً لأهمية الرياضيات التي تعتمد بشكل أساسي على عمليات الحسابية الأربعة فقد برز الحساب الذهني كأحد أهم العلوم والمعارف إذ يرى الناس بأن المتمكن من الحساب الذهني لديه من العبقرية الكثير.

ولكن أغلب الناس عندما يسمعون بمصطلح الحساب الذهني يقومون بربطه بالعلوم والدراسات لكن الحساب الذهني لا يتعلق بهذا المجال فقط وإنما له فوائد واستخدامات تطول كافة مناحي الحياة كما أن الحساب الذهني له علاقة مباشرة ووطيدة بحياتنا العملية فكم هي كثيرةٌ تلك المواقف التي تصادفنا في حياتنا اليومية التي نستخدم فيها الحساب الذهني ولو كنا على غير دراية بذلك فمثلاً عندما تكون في السوق التجارية وتريد أن تسدد ثمن مشترياتك تقوم بحساب التكلفة في ذهنك كذلك الأمر عندما تبتاع ربطة من الخبز وتريد معرفة سعر الرغيف الواحد عندها تستخدم الحساب الذهني، أيضاً عندما تريد معرفة كم لتراً من الوقود يمكنك شراؤه بفاتورة معينة وعندما تريد معرفة المسافة التي تقطعا سيارتك في زمن معين كل هذا والكثير ولو تعمقنا أكثر لوجدنا أن الحساب الذهني جزء مهم وأساسي من حياتنا وتعاملاتنا، لكن الحساب الذهني لا يقتصر على هذه الحسابات البسيطة وإنما يتعداها إلى ما هو أكبر وأشمل.

✚ إليكم لمحة مختصرة عن تاريخ الحساب الذهني:

✓ في الصين واليابان:

لقد عانى الناس في الأزمنة الغابرة من عجز الترقيم العددي آنذاك عن تلبية حاجاتهم ومتطلباتهم كما عانوا من ندرة مواد الكتابة الأساسية ومن ضرورة كبيرة لإجراء الحسابات في الحياة اليومية، كل هذه الأسباب مجتمعة أدت إلى ظهور حاجة إلى أداة حساب ميكانيكية وعملية تساعد على القيام بالحسابات بشكل أسرع وأوفر، هنا كانت الولادة لمعداد الأباكس **(Abacus)** "أو السوربان **(Soroban)** كما يسمى باليابانية" منذ ما يقارب سبعة قرون خلت.

[1] إن كلمة **(Abacus)** مشتقة من الكلمة الإغريقية ***"Abax"*** والتي تعني *"لوح عد"*، لكن الأصل الحقيقي للأباكس **(Abacus)** ما زال غامضاً ولكن هناك بعض الفرضيات التي تشير إلى أن الشكل الأصلي لهذا المعداد هو عبارة عن لوح للحساب مغطى بالرمل أو الغبار وأداة تشبه القلم ***"stylus"*** لكتابة الأرقام والتي كانت تمسح باليد عند الانتهاء، لاحقاً تم تطوير هذه النسخة إلى لوح مزود بمجموعة من الحجارة والتي كانت ترتب على شكل صفوف لدلالة على الأرقام، وبعد فترة من الزمن تم تطويره إلى أداة خشبية على شكل مستطيل مزودة بخرزات تنزلق على مجموعة من الأعمدة للدلالة على الأرقام مما يسهم في جعل عملية الحساب أسرع، وهو الشكل الحالي ل **(Abacus)**.

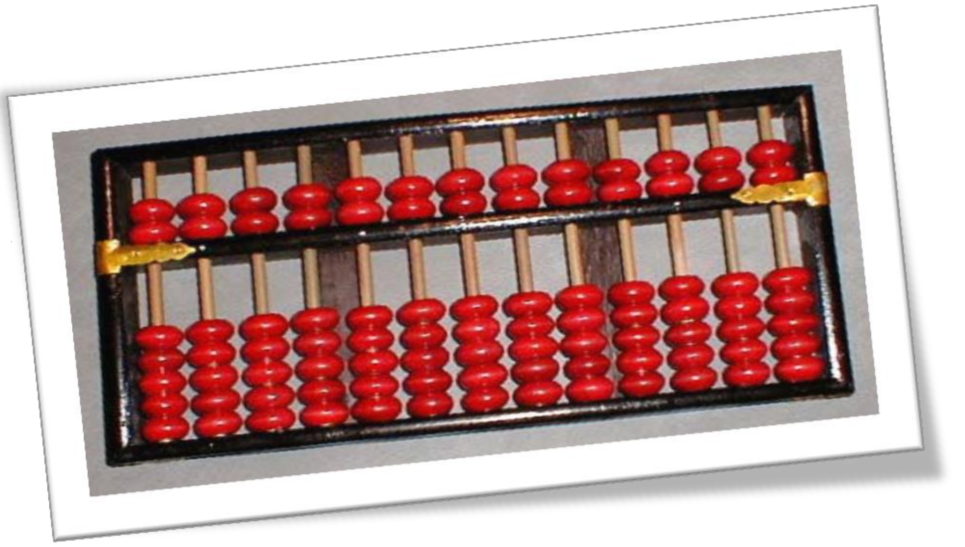
ملاحظة:

لا يتم حساب الخرزات في المعداد إلا إذا كانت في منتصف المعداد "قريبة من الحاجز الذي يقسم المعداد إلى قسمين".

هناك بعض الفروقات الشكلية والوظيفية بين السوربان الياباني **(Soroban)** والأباكس الصيني **(Abacus)**، دعونا نتبين بعض هذه الفروقات من خلال الصور التالية:

---

[1] *(1) The Soroban Abacus Handbook (2005), David, Bernazzani.*



هذه صورة للمعداد الصيني التقليدي ***(Abacus)***، وكما ترون فهو يحتوي على خرزتان في الأعلى قيمة كل منها (5) ، كما يحتوي أيضاً على خمس خرزات في الأسفل قيمة كل منها (1) .



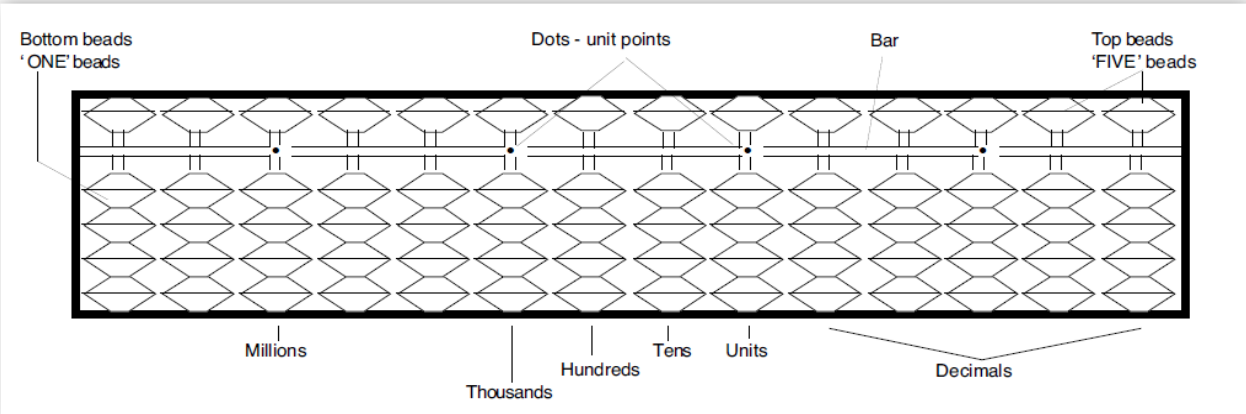
وها هي صورة للمعداد الياباني التقليدي ***(Soroban)*** والذي يحتوي على خرزة واحدة في الأعلى قيمتها (5) ، كما يحتوي على أربع خرزات في الأسفل قيمة كل منها (1) .

منذ زمن كان السوربان الياباني ***(Soroban)*** يشبه تماماً الأباكس الصيني ***(Abacus)*** حيث كان يحتوي على خرزتان في الأعلى وخمس خرزات في الأسفل لكن في عام 1850 تم تطويره بإزالة خرزة من الأعلى، كما تم تعديله مرة اخرى في عام 1930 بإزالة خرزة من الأسفل فأصبح يحتوي على أربع خرزات في الأسفل وخرزتان في الأعلى.

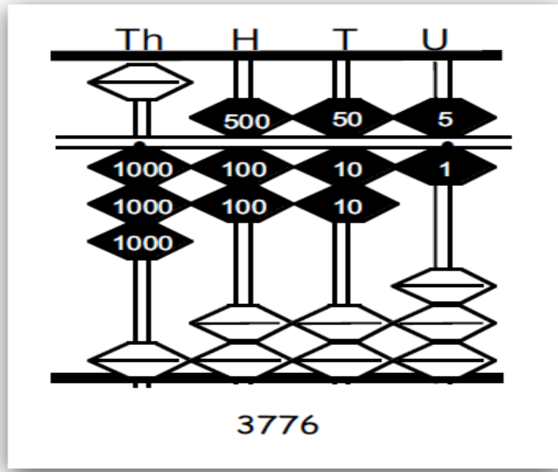
لكن لماذا لم يتم تعديل الأباكس الصيني ***(Abacus)***؟

لقد كان لدى الصينين نظام عد مختلف عن اليابانيين للقياسات والأوزان يسمى بنظام العد الستيني ، وأقرب مثال يتبادر للذهن هو تقسيم الساعة إلى ستين دقيقة وتقسيم الدقيقة إلى ستين ثانية وتقسيم الدائرة إلى 360 درجة والدرجة إلى ستين دقيقة.

لاذا لا يهم أي معداد تستخدم فكلا المعدادان لهما الطريقة ذاتها لتمثيل الأرقام وإجراء عمليات الجمع والطرح والضرب و القسمة إلا أن الأباكس الصيني يتفوق على السوربان الياباني بكونه يستعمل في نظام العد الستيني.



*صورة مبسطة توضح بعض صفات المعداد الياباني **(Soroban)**.*



صورة توضح آلية تمثيل الأرقام على المعداد الياباني ***(Soroban)***.

ملاحظة:

الأطفال الذين يتدربون على الحساب الذهني بواسطة **(Soroban)** أو **(Abacus)** يمضون الثلاث سنوات الأولى تقريباً من مدة التدريب يستخدمون المعداد ثم بعد ذلك يتخلون عنه حيث يصبح الطفل قادراً على أن يتخيل المعداد في ذهنه ويجري العمليات الحسابية عليه فترى الطفل يقوم بتحريك يديه في الهواء ويقوم بإيجاد ناتج العمليات الحسابية بسرعة هائلة.

✓ في الهند:

لم يقم قدماء الهنديون باختراع معداد أو آلة اخرى للحساب وإنما ساهموا وبشكل كبير في وضع قواعد وأسس للرياضيات وللحساب الذهني عن طريق العقل "بدون استخدام معداد أو وسيلة اخرى".

ما هو أصل رياضيات الفيدا ؟[٢]

تعود جذور رياضيات الفيدا إلى الهند القديمة، الفيدا :هي عبارة عن نصوص قديمة سنسكريتية تم اكتشافها ودراستها في الغرب حتى أواخر القرن التاسع عشر حيث اكتشف أن هذه النصوص تحتوي على معارف جمة في معظم مجالات العلوم منها الفضاء والهندسة المعمارية والطب وغيرها.

كما وجد قسم من هذه النصوص بعنوان ***"Ganita Sutras"*** والتي تعني *"الرياضيات"* ، لكن مع ذلك لم يتمكن الباحثون من إيجاد أي شيء يتعلق بالراضيات في هذا القسم حيث أن معظم الباحثين أعلنوا بأن هذا القسم لا يمت بصلة للرياضيات بأي شكل، إلا أن الباحث **Bharati Krsna** لم يستسلم بسهولة ولم يتقبل فكرة أن هذا القسم من النصوص لا يتعلق بالرياضيات مطلقاً وقد انطلق بتصميم وثقة لإيجاد المحتوى الرياضي لهذا القسم ومن الجدير بالذكر بأن الباحث **Bharati Krsna** كان مؤهلاً بشكل تام لهذه المهمة حيث أن تحصيله العلمي كان وافراً كما أنه اهتم بالرياضيات اهتماماً بالغاً.

استمر **Bharati** فترة سبعة أعوام ينقب في آثار ورموز تلك الوثائق حتى تمكن في النهاية

[٢] The Long-Lost Secrets Of Mental Math, Kenneth, Williams (4).

من كشف النظام الموجود بها كاملاً، حيث كان سبب فشل الباحثين الآخرين في الوصول لما وصل إليه **Bharati** هو أن تلك الوثائق كانت مرمزة بشكل معقد يعطي لكل حرف قيمة عددية وحينما تمكن **Bharati** من فك الشيفرة كان قادراً على كشف النظام بكامله.

و وفقاً لما وجد في نصوص **Veda** فإن الهند القديمة منذ آلاف السنين كانت على دراية بحساب التفاضل والتكامل والهندسة الإحداثية ومواضيع عديدة اعتقدنا بأنه تم اكتشافها مؤخراً، كما أن طرقهم الحسابية كانت متقدمة بشكل لا يصدق بل إنها متقدمة على أي شيء آخر يدرس هذه الأيام، وتعتبر هذه النصوص هي أصل الحساب و الرياضيات في الهند، ولعل أكثر ما يثير إعجابك في النظام الحسابي الفيدي الذي وجد في هذه النصوص هو الترابط المذهل لأجزائه حيث أن النظام بكامله عبارة عن شبكة من العلاقات الرياضية المذهلة والمترابطة فيما بينها بشكل رائع فطريقة الضرب العامة على سبيل المثال يمكن أ، تتحول بسهولة إلى طريقة لإيجاد ناتج قسمة معينة كما أن طريقة تربيع الأعداد يمكن أن تعكس بكل بساطة لتصبح طريقة لإيجاد الجذور التربيعية ، ومن الميزات الأخرى لهذا النظام هو كونه سهل الفهم حيث انه يتطابق مع طريقة تفكيرك بشكل كبير مما يجعل مادة الرياضيات في نظرك مادة ممتعة ومسلية .

✓ عند العرب:

لقد كان ابتكار العرب لنظام العد العشري وادخالهم لرمز الصفر " جاءت الكلمة اللاتينية **Zero** من الكلمة العربية *صفر* أي *خال*"، في الأعداد انجازاً عظيماً قاموا بإهدائه للعالم حيث لم تتمكن الأعداد المكتوبة بالحروف الأبجدية غير العملية من التلاؤم مع الحسابات السهلة على الرغم من الاستعانة بالورقة والقلم واللذان كانا من السلع النادرة في الأزمنة الغابرة، كما جعلت الأرقام والخوارزميات العربية الحساب بسيطاً وسهلاً يمكن معه الاستغناء عن الأدوات المساعدة مثل المعداد والعمل مباشرة بالأعداد نفسها مما ساعد على إدراك طبيعة الأعداد ككائنات مجردة يمكن أن تحل محل أي مجموعة من الأشياء العينية أو يمكن التعامل معها على أنها مجردات بحتة، وإذا كان إقليدس وعلماء رياضيين يونانيين آخرين قد حرروا الهندسة من قيود المسح الأرضي ومسائل البناء ومكنوا العلماء من التفكير في الخصائص المجردة للفضاء فإن العرب وحدهم قدموا خدمة مماثلة للعدد.

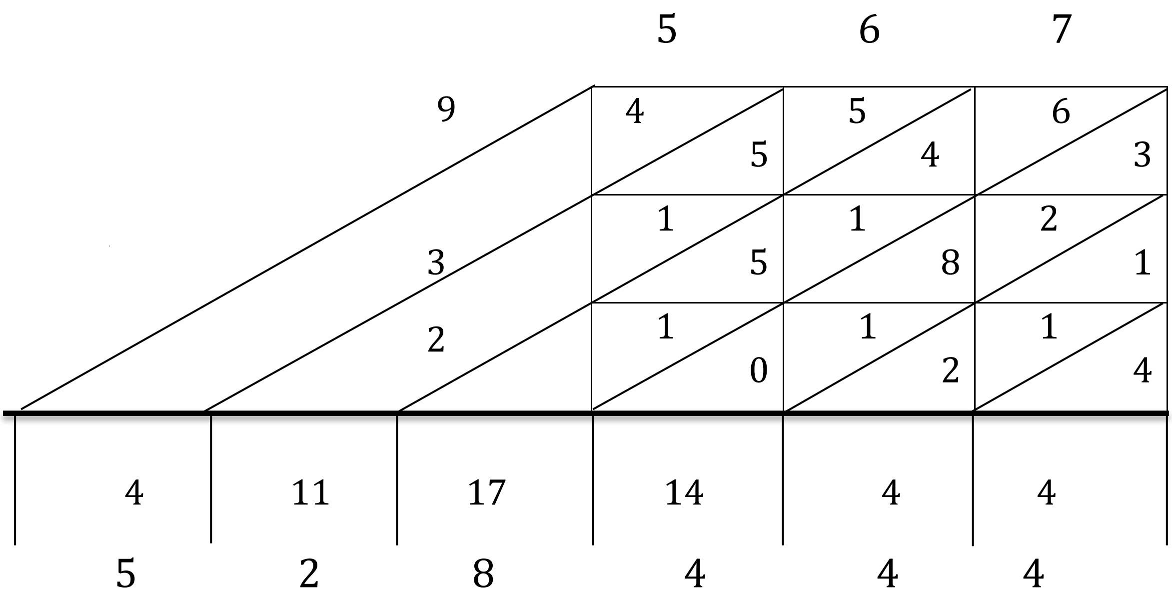
إن اكتشاف رمز الصفر خاصة نقل الحساب من الشكل الحسي إلى الشكل المجرد وغدت المراتب العددية إلى جانب قيمة العدد بحد ذاته حاسمة للتعرف على العدد، حيث أن القيمة الحقيقية للعدد لا يمكن أن تعرف إلا من خلال دمج قيمته الأساسية بقيمته المكانية التي

يوضحها موقع الرقم في العدد ،وتعرف القيمة المكانية بعد الأرقام من اليمين إلى اليسار حيث تمثل المراتب بدءاً من اليمين الآحاد فالعشرات فالمئات....، إن قوى العشرة " ومن هنا جاءت التسمية العشرية"، تشير إلى القيمة المكانية الرقم ضمن العدد، وعلى هذا فإن الرقم ذاته 5 مثلاً يمكن أن يكون 5 وحدات أو 5 عشرات أو 5 مئات وذلك يتوقف على موقعه من العدد حيث أننا نحصل على الرقم إذا ضربنا كل عدد بقيمته المكانية فمثلاً العدد 156 هو عبارة عن $165 = 100 \times 1 + 10 \times 5 + 1 \times 6$.

ولقد برز الكثير من علماء العرب في مجال الحساب ولعل أشهرهم هم العالم الخوارزمي الذي مازال اسمه يذكر حتى يومنا هذا ولقد كان للخوارزمي إنجازات عديدة في مجال الرياضيات حيث أن رسالة الخوارزمي في الحساب " *رسالة مختصرة في طرائق الجبر والمقابلة* "، كانت أول كتاب يوضح عمليات الأعداد العشرية كما ذكر فيها الخوارزمي الطرائق التي كان يتبعها لإجراء العمليات الحسابية حيث أنه كان ينجز عمليتي الجمع والطرح بالطريقة نفسها التي نجريها نحن في يومنا هذا، أما الضرب فقد كان يجريه بطريقة الشبكة أو ما يسمى بالضرب المجنح كما أن القلصادي أيضاً كان من رواد هذه الطريقة، ويمكن توضيح هذه الطريقة بالمثال الآتي الذي يوضح كيف نضرب 932 ب567 :

أولاً ارسم شبكة من المربعات ثلاثة في ثلاثة حيث أنها تمثل عدد خانات المضروب 576 وعدد خانات المضروب فيه 932 على الترتيب، ثم ارسم أقطار كل مربع ومددها لتحصل على الشبكة كما في الشكل أدناه.

الآن قم بضرب الأعداد 5 و 9 واكتب الناتج 45 في المربع الذي يقع عند تقاطع العمود من العدد 5 والسطر من العدد 9 بحيث تضع خانة العشرات فوق القطر الموجود في المربع وخانة الآحاد أسفل منه، اضرب بعدئذٍ العدد 6 والعدد 9 ودون الناتج في المربع الموافق بالأسلوب السابق ذاته تحت العدد 6 وكرر الأمر ذاته بالنسبة للعدد 7 ، بعد ذلك قم بضرب كل من الأعداد 5 و 6 و7 بالعدد 3 واكتب الأجوبة في السطر الأوسط وتأكد كل مرة من فصل خانة العشرات عن خانة الآحاد كما فعلت في السطر الأول، والآن كرر العملية السابقة بضرب الأعداد 5 و 6 و7 بالعدد 2 وبعد أن تنتهي قم بجمع الأرقام قطرياً الآحاد مع الآحاد والعشرات مع العشرات وضع الناتج في أسفل الأقطار وعندما يكون مجموع أرقام قطر أكبر من العدد 9 لا بد أن تقوم بالترحيل وهذا موضح بالأسهم في الشكل التالي:



الضرب المجنح

أما بالنسبة للقسمة فهي بسهولة الضرب، إليكم مثالاً لتوضيح آلية القسمة:

$$17978 \div 472 =$$

نجري عملية القسمة باستخدام شبكة أيضاً لمنها تختلف عن الشبكة السابقة المستخدمة في عملية الضرب وبما أن المقسوم مكون من خمس خانات فإننا نقوم برسم خمسة أعمدة بحيث نفصل خانات المقسوم كل على حدة، نقوم بكتابة المقسوم (17978) في السطر الأول أما المقسوم عليه (472) فنكتبه في السطر الثاني من الأسفل حيث نترك السطر الأخير للناتج، نبدأ بالخانة الأولى من المقسوم عليه العدد 4 فنجد أنه لا يقسم الخانة الأولى من المقسوم العدد 1 لذلك نضع 0 في الجواب، ثم إن 4 تقسم العدد 17 أربع مرات ولكن عند ضرب المقسوم عليه بالعدد 4 نجد أن الجداء أكبر من المطلوب لذا نختار الرقم 3 ونضعه في الناتج بعد الصفر، بعد ذلك نقوم بضرب المقسوم عليه بالعدد 3 "العدد الذي وضعناه في الناتج"، ونطرح الناتج من المقسوم في ثلاث خطوات لكي نحصل على باقي القسمة، الخطوة الأولى $3 \times 4 = 12$ وبما أن العدد 4 في خانة المئات نقوم بطرح العدد 1200 من العدد 1797 لأنه هو العدد الذي استخدمناه حيث أننا لم نستخدم الخانة الأخيرة بعد لذلك لا نقوم بحسابها أثناء عملية إخراج الباقي، فيتبقى العدد 597، الخطوة الثانية $3 \times 7 = 21$ وبما أن العدد 7 في خانة العشرات نقوم بطرح العدد 21 من العدد 597 فيتبقى العدد 3878، الخطوة الثالثة $3 \times 2 = 6$ وبما

أن العدد 6 في خانة الآحاد نقوم بطرح العدد 6 من العدد 387 فيتبقى العدد 381 ، نلاحظ بأن العدد المتبقي من المقسوم هو 3818 ،الآن وبنفس الطريقة نقوم بإيجاد ناتج قسمته على المقسوم عليه وهو 8 الآن نكتب العدد 8 في الناتج بعد العدد 3 وكما فعلنا سابقاً لاستخراج الباقي نقوم بالطرح في ثلاث خطوات ونجد بنتيجة الطرح أن باقي القسمة النهائي هو 42 القسمة ستكون على الشكل التالي:

1	7	9	7	8
0	5	9	7	8
0	3	8	7	8
0	3	8	1	8
0	0	6	1	8
0	0	0	5	8
0	0	0	4	2
		4	7	2
0	3	8		

بالطبع يمكننا إجراء العملية بشكل مختصر وأسرع عن طريق ضغط الخطوات الثلاث في واحدة

وفي يومنا هذا نلاحظ أن مهارة الحساب الذهني قد لاقت اهتماماً كبيراً ورواجاً واسعاً لدى كثيرٍ من دول العالم حيث أن بعض الدول تقوم بتعليم هذه المهارة لطلاب المرحلة الابتدائية مثل الصين واليابان ومصر والخليج العربي والسعودية..... حيث يتركز الاهتمام على تقنيتي السوربان ***(Soroban)*** والأباكس ***(Abacus)*** لأنهما تناسبان الطلاب من المرحلة العمرية بين 5 إلى 13عاماً ومع ذلك فإن الجمهورية العربية السورية تفتقر إلى هذه المهارة بشتى أنواعها حيث أنه لا يوجد أي نوع من أنواع الاهتمام بالحساب الذهني على الرغم من أن تلاميذ المرحلة الابتدائية في الصين واليابان ومصر والسعودية وغيرها الكثير من الدول يدرسون هذه المهارة من نعومة أظفارهم.

أهمية البحث:

لعلك عندما فكرت في قراءة هذا الكتاب تساءلت في قرارة نفسك ما هي أهمية الحساب الذهني وما الفوائد التي سأجنيها من قراءة هذا الكتاب؟

إن الدراسة التي نحن بصدد القيام بها، تكمن أهميتها وتتأكد في كونها تخوض في قضية هامة من الواجب طرحها على الصعيد العربي، وهي مهارة الحساب الذهني، فمن دون شك أنه لا يختلف اثنان حول حجم الفائدة من ورائه في تكوين الطفل، خاصة وأنه وسيلة لبناء التفكير الرياضي وحل المشكلات الحسابية ببساطة وسرعة ودقة، فالاهتمام به هو تنمية لقوة الانتباه والتحليل والتفكير، هذا الأخير الذي يكاد يكون منعدما لدى تلاميذنا وذلك بشهادة العديد من التربويين، ومن خلال النتائج المسجلة على الساحة التربوية، التي تظهر العجز الكلي للتلميذ أمام الأسئلة التي تتطلب التفكير وبصفة خاصة المشكلات الرياضية ، فتنمية مهارة الحساب الذهني عند تكوين الطفل المتعلم ضرورة لا يجب إهمالها والإغفال عنها.

كما تتجلى أهمية الحساب الذهني في كونه يسهم في تطوير عمليات التفكير المنطقي و قوة التركيز و الثقة بالنفس و الصبر لما في تعليمه من تطوير الذكاءات المتعددة لدى الأطفال و مهارات التعلم كما أكدت الدراسات و الممارسة و التطبيق أن تعلم مهارة الحساب الذهني يساعد الأطفال على تطوير و تفعيل عملية التعلم وتنمية قدرات الوعي والحساب من خلال الابصار و الاحساس و الكلام فتجتمع هذه الحواس في تعلم الحساب الذهني لتفعل فصي و شقي المخ الأيمن و الأيسر ليتناغما فينتج عنه تفعيل و تنشيط للمخ و العقل و تتضاعف الحصيلة أضعاف كثيرة حيث أن النصف الأيسر من مخ الإنسان يحتوي على الذاكرة الحسابية والمنطقة المتعلقة بعملية الحساب الذهني للأعداد ، في حين يحتوي النصف الأيمن على مناطق التخطيط والتنظيم وأن الحساب الذهني وتنمية الاستراتيجيات المختلفة حول العدد والعمليات عليه تولد وتنشط طاقة حسابية تمكن الإنسان من استخدامها في المواقف المختلفة فتتطور قدرات الطلاب و تكون النتيجة تنمية مهاراته و قدراته العقلية.

كما أن شعور الطالب بالثقة بالنفس، وكذلك بمهارته في حل المسائل الرياضية يعد من فوائد تعلم مهارة الحساب الذهني، فلا يشعر الطالب بأنه مقيدٌ بأدوات القياس والآلة الحاسبة، بل يشعر أنه يستطيع أن يفكر، وأن يتعامل مع الأرقام بكل مرونة ، وأن يسيطر على حساباته الشخصية، فالطالب الذي لديه عمليات حسابية ذهنية، يعمل على زيادة فهمه وإدراكه للأعداد، وإجراء العمليات عليها، ولذلك فالهدف الأساسي من تدريس مهارة الحساب الذهني هو الإسهام في إعداد

أفراد قادرين على توجيه تفكيرهم وجهدهم ووقتهم بشكل أفضل أثناء مواجهتهم لمواقف حياتية مختلفة، سواء أكان ذلك داخل المدرسة أم خارجها.

ولا يخفى على الجميع، أن الآلات الحاسبة تعتبر شيئاً عظيماً لأنها تحسب في ثواني معدودة ما كان يحتاج منا دقائق لحسابه يدوياً، ولكنك بعد تعلمك للحساب الذهني فكن متأكداً بأنك سترمي آلتك الحاسبة بعيداً وسوف تودعها بعد أن كانت هي الرفيق الملازم لك في دراستك للرياضيات.

كما أن شبح الآلة الحاسبة يهدد تلاميذنا في المرحلة الابتدائية التي يكونون فيها أنفسهم بالنسبة للرياضيات، لأنه قد يشفع للطالب في مراحل عليا استخدامها مبررًا ذلك بهدف الحصول على نتائج الحساب بسهولة ودقة وسرعة كون تركيزه منصباً على خطة العمل، لكن كيف لنا أن نقبل وبما نفسر التبعية العمياء والاعتماد الكلي لتلميذ في المرحلة الابتدائية على الحاسبة في حساب أبسط العمليات، فأقل ما يمكن قوله في هذه الحالة هو تحفيز على إعاقة شبه تامة لنشاط الفكر والذهن وهو في أوج استعداده لوضع الأساس السليم لبناء متين يستغله الاستغلال الأمثل في حياته، لا بناء هش يذهب مع أول ريح تصادفه، حيث أن امتلاك آلة حاسبة صغيرة كفاية نستطيع حملها في جيبنا ليس سبباً مقنعاً لكي نتجاهل الفوائد الجمة لتعلم مهارة الحساب الذهني خاصة لطلاب المرحلة الابتدائية فكما نعلم العلم في الصغر كالنقش على الحجر، وقد أظهرت بعض البحوث أن هناك فرق ملحوظ بين تحصيل التلاميذ الذين يستعملون الآلة الحاسبة وتحصيل التلاميذ الذين لا يستعملونها، أي يعتمدون على مهارة الحساب الذهني في مجالات الحساب والمفاهيم والتطبيق وحل المشكلات الرياضية.

ما الذي سوف تتعلمه من هذا الكتاب؟؟

سوف تتعلم كيف تقوم بإجراء العمليات الحسابية المتنوعة في ذهنك وبسرعة لم تتخيلها قط، بعد القليل من التدريب سوف يتحسن مستواك في الحساب الذهني بشكل ملحوظ كما أنك ستلاحظ تحسن ذاكرتك وقدرتك على حفظ الأرقام، سوف تتعلم الوسائل والطرق العقلية للحساب التي ستبهر أصدقائك وأساتذتك حيث أنك ستتمكن من إيجاد حل لمسألة معقدة في سطر واحد بحيث أنها تحتاج صفحة من العمل لإيجاد حلها، كما أنك سوف تنظر إلى مادة الرياضيات نظرة جديدة، سوف ترى بأنها مادة فيها من التسلية الكثير.

"لكن أليست المهارة الرياضية شيء يولد معك؟؟"

إنه سؤال يكرره الناس بكثرة معتقدين بأن المهارة الرياضية هي مجرد هبة من الله لبعض الناس فقط زولا يستطيع أياً كان أن يملك هذه المهارة، لكن من وجهة نظري فإن القدرة على فهم

الرياضيات والحساب الذهني هي مهارة يمكن الحصول عليها من خلال التصميم والجد والمثابرة ولكن لكي تحصل على هذه المهارة يجب أن تتدرب بالطريقة الصحيحة، لذا دعني أريك كيف يتم ذلك.

أهداف البحث:

- ✓ التعرف على تقنيات الحساب الذهني في الحضارة الهندية ***Veda*** .
- ✓ دراسة أهمية الحساب الذهني و أثره على المتعلم وطريقة تفكيره.
- ✓ تغيير مفهوم الحساب والرياضيات بالنسبة للكثيرين الذين يعتقدون بأنها مادة جافة وصعبة وبأنها العدو اللدود لهم إلى كونها مادة تستطيع أن تحظى بالمرح من خلال ممارستها.
- ✓ تنمية القدرة على استخدام العقل وقواه التي ليس لها حدود.
- ✓ توظيف الحساب الذهني في الحياة العملية وحث الناس على تعلم تقنياته.
- ✓ التعرف على طرق الحساب الذهني وفق تقنيتي السوربان ***(Soroban)*** والأباكس ***(Abacus)***.

العرض:

ملاحظات مهمة جداً:

- ✓ القاعدة الأولى لتعلم الحساب الذهني:

التدرب بضع دقائق يومياً هو أفضل وأنفع من التدرب ساعات عديدة في اليوم نفسه.

- ✓ إذا وضعت عدد فوق عدد آخر فهناك احتمالين:

١. إذا كان العدد الذي وضعت فوقه الأس (الأساس) بين قوسين يكون عدد مرات ضرب العدد بنفسه. (قوة للعدد)

٢. إذا لم يكن العدد الذي وضعت الأس فوقه بين قوسين هنا المقصود جمع العددين.

- ✓ تم استخدام المراجع المذكورة في المشروع فقط لاستقاء الفكرة أما الطريقة والتمثيل بالأسهم فقد كان من إضافتي كما أن البرهان الخاص ببعض الطرق الحسابية لم يكن مذكوراً وقمت بإيجاد البرهان بنفسي ،وآمل أن تكون هذه الرسومات التي أضفتها قد أسهمت في إيصال الفكرة لكم.

الجداء Multiplication

✓ جداء الأعداد من (10) حتى (19) ذهنياً:[٣]

١. نوجد ناتج جمع خانة الآحاد من أحد الرقمين مع الرقم الآخر كاملاً.
٢. نوجد ناتج ضرب خانة الآحاد من الرقم الأول بخانة الآحاد من الرقم الثاني.
٣. نضرب الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الأولى بالعدد (10) ومن ثم نضيف له الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية فيكون الحاصل هو ناتج الضرب.

مثال:

$13 \times 12 =$

١. $(13 + 2 = 15)$ أو $(12 + 3 = 15)$.
٢. $(3 \times 2 = 6)$.
٣. $(15 \times 10 = 150)$ و $(150 + 5 = 156)$. وهو الناتج المطلوب.

مثال آخر:

$16 \times 13 =$

١. $16 + 3 = 19$
٢. $6 \times 3 = 18$
٣. $19 \times 10 = 190$ و $190 + 18 = 208$ وهو الناتج.

---

٣ *(19), Speed Mathematic(2003),Bill,Handley*

البرهان الرياضي لهذه الطريقة:[٤]

لنعتبر خانة الآحاد من العدد الاول هي (a)، وخانة الآحاد من العدد الثاني هي (b)، فتصبح عملية الضرب من الشكل:

$$(10 + a) \times (10 + b)$$

الآن نقوم بإيجاد ناتج الجداء:

$$(10 + a) \times (10 + b) = 100 + 100b + 100a + ab = 10(10 + a + b) + ab \; .$$

[٤] (245), *Speed Mathematic(2003),Bill,Handley*

✓ طريقة سريعة لضرب أي عدد بالعدد (11) ذهنياً:°

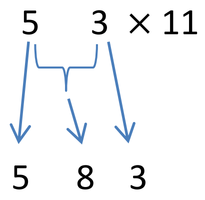
١. نقوم بوضع الخانة الأولى من العدد كأول خانة من الناتج.
٢. للحصول على الخانة الثانية من الناتج نقوم بجمع الخانة الأولى من العدد مع الخانة الثانية.
٣. للحصول على الخانة الثالثة من الناتج نجمع الخانة الثانية من العدد مع الخانة الثالثة.
٤. وهكذا حتى نصل إلى العدد الأخير حيث نقوم بوضعه كما هو أي تكون الخانة الأخيرة من الناتج هي الخانة الأخيرة من العدد.

مثال:

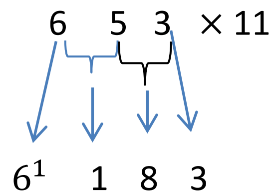
$$53 \times 11 =$$

١. الخانة الأولى من الناتج هي الخانة الأولى من العدد وهي (5) .
٢. نقوم بجمع الخانة الأولى مع الخانة الثانية ($5 + 3 = 8$) وهي الخانة الثانية من الناتج.
٣. الخانة الأخيرة من الناتج هي الخان الأخيرة من العدد وهي (3).
٤. فيكون الناتج كاملاً (583).

طريقة التمثيل:



مثال آخر:



حملنا واحد إلى المنزلة الأولى من الناتج لأن المنزلة الثانية أكبر من (9).

فيكون الناتج النهائي (7183) .

° *الحوري، تنمية الحساب الذهني (13).*

✓ طريقة لضرب أي عدد بالأعداد التي تقع بين (12) و (19) ذهنياً:[٦]

١. نفرض بأن العدد الذي أريد ضربه بهذه الأعداد هو(x)، والعدد الذي يقع بين (10) و (19) هو (y)،أولاً نقوم بوضع الخانة الأولى من العدد(x) كأول خانة من الناتج.

٢. نقوم بضرب الخانة الأولى من العدد (x) بخانة الآحاد من العدد (y)، ونجمع الناتج مع الخانة الثانية من العدد (x)،ونكون بذلك قد حصلنا على الخانة الثانية من الناتج.

٣. نضرب الخانة الثانية من العدد (x) بخانة الآحاد من العدد (y)، ونجمع الناتج مع الخانة الثالثة من العدد (x)، ونكون بذلك قد حصلنا على الخانة الثالثة من الناتج.

٤. نستمر بهذه العملية على المنوال ذاته حتى نصل إلى الخانة الأخيرة من العدد حيث نقوم بضرب الخانة الأخيرة من العدد (x) مع خانة الآحاد من العدد (y)، ونضع الجواب في الخانة الأخيرة من الناتج، ونكون بذلك قد حصلنا على الناتج كاملاً.

مثال:

$$1234 \times 12 =$$

١. (1) هو الخانة الأولى من الناتج.

٢. $4 = 2 + (1 \times 2)$ وهي الخانة الثانية من الناتج.

٣. $7 = 3 + (2 \times 2)$ وهي الخانة الثالثة من الناتج.

٤. $10 = 4 + (3 \times 2)$، (0) هو الخانة الرابعة من الناتج ونقوم بحمل واحد إلى المنزلة التالية.

٥. $4 \times 2 = 8$

٦. فيكون الناتج (14808).

---

[٦] يمكن استنتاج هذه الطريقة من خلال طريقة الضرب العامة.

مثال آخر:

$$1234 \times 14 =$$

١. (1) هو الخانة الأولى من الناتج.

٢. $6 = 2 + (1 \times 4)$ وهي الخانة الثانية.

٣. $11 = 3 + (2 \times 4)$، (1) هي الخانة الثانية من الناتج ونقوم بحمل (1) إلى الخانة التالية.

٤. $16 = 4 + (3 \times 4)$

٥. $16 = 4 \times 4$ فيكون الناتج: (17276).

✓ جداء الأعداد القريبة من ***(Reference number)*** ذهنياً:[٧]

١. لقد ركزت هنا على استعمال العدد (100) ك ***(Reference number)*** لأنه إذا أتقنت هذه المسألة يصبح بإمكانك إيجاد ناتج جداء أي عددين قريبين من عدد نعتبره عدد مرجعي ***(Reference number)*** بمجرد إجراء تعديل بسيط كما أنني ذكرت بعض الأمثلة عن ذلك.
٢. لنفرض بأن العدد الأول هو (x) والعدد الثاني (y).
٣. نقوم بحساب ناتج الطرح $(x - 100)$ ونكتب الناتج فوق العدد (x). نعيد الكرة بالنسبة للعدد الآخر (y) مع الأخذ بعين الاعتبار بأن إشارة الناتج مهمة.
٤. نقوم بجمع العد المدون فوق (x) مع العدد (y) أو العكس، أي نقوم بجمع العدد المدون فوق العدد (y) مع العدد (x) ونكون بذلك قد حصلنا على أول منزلتين من الناتج.
٥. نقوم بإيجاد جداء العددين المدونين فوق (x) و (y) .
٦. نضرب الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية بالعدد (100) وبعد ذلك نضيف له الناتج السابق من الخطوة الثالثة، وبذلك نحصل على الناتج.

دعوني أوضح لكم هذه القاعدة قليلاً:

عندما تحدثنا عن طريقة إيجاد جداء عددين بين (10) و (19) كانت الخطوة الأولى أن نجمع خانة الآحاد من العدد الأول مع خانة الآحاد من العدد الثاني ولكن في تلك المرحلة كان قمت باختصار خطوة من الطريقة وذلك بسبب وضوحها وعدم الحاجة إليها ففي حالة جداء عددين بين(10) و (19) كنا نأخذ العدد (10) ك ***(Reference number)*** وإذا أردنا أن نقوم بإيجاد الفرق$(x - 10)$ و $(y - 10)$ سيكون الناتج خانة الآحاد ذاتها من كلا العددين لذلك فإن هذه الخطوة لا داع لها في هذه الحالة، بينما أذا أردنا أن نقوم بإيجاد جداء عددين يقعان بالقرب من العدد (100) فعلينا أن نأخذ العدد(100) ك ***(Reference number)***، وبعد ذلك نحسب الفرق $(x - 100)$ و $(y - 100)$ ونكمل خطوات الطريقة.

---

[٧] *(18), Speed Mathematic(2003),Bill,handley*

ملاحظة:

- عندما نقوم بإيجاد الفرق $(x - 100)$ و $(y - 100)$ فإننا نقوم بإيجاد العدد اللازم جمعه أو طرحه من العدد (x) و(y) حتى نحصل على ناتج مساوٍ ل ***(The reference number)***، (100)، كما أن إشارة هذا الفرق مهمة جداً.

- يمكننا استعمال مفهوم ***(The reference number)*** على نطاق أوسع فمثلاً إذا أردت إيجاد ناتج جداء عددين أكبر من (20) وأصغر من (30) عند ذلك يمكنني اشتقاق علاقة لإيجاد ناتج الجداء ذهنياً انطلاقاً من الطريقة السابقة بأن نجعل العدد (20) ***(The reference number)*** بدلاً من العدد (100) ولكن هنا علينا الانتباه إلى أن العدد (20) هو(2×10) لذلك علينا إضافة خطوة وهي مضاعفة الناتج الذي نحصل عليه في الخطوة الثانية قبل أن نضربه بالعدد (10).
- الطريقة السابقة يمكن أن تنفذ لإيجاد ناتج جداء الأعداد القريبة من أي قوة لعدد (10) مثل (1000) و (10000) .... كما أنها يمكن أن تستخدم لإيجاد ناتج جداء الأعداد القريبة من عدد معين نعتبره ***(The reference number)*** مثل (500) ولكن هنا علينا الانتباه إلى أن $(500 = 5 \times 100)$.

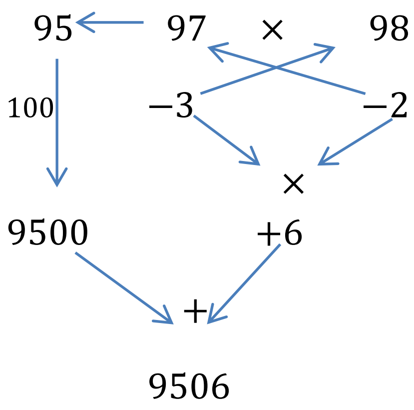
مثال:

$97 \times 98 =$

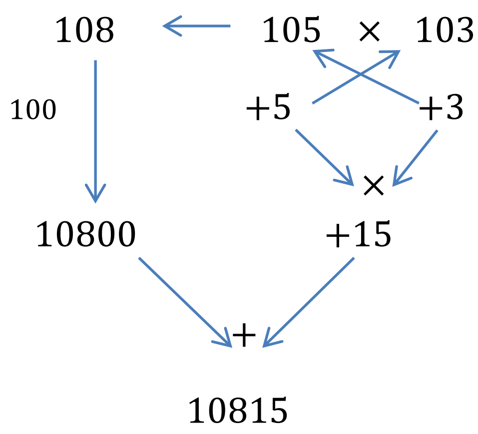
١. $97 - 100 = -3$
٢. $98 - 100 = -2$
٣. $98 + (-3) = 95$ و $97 + (-2) = 95$
٤. $(-3) \times (-2) = +6$
٥. $95\ 100 = 9500$ و $9500 + 6 = 9506$

فيكون ناتج الجداء: 9506 .

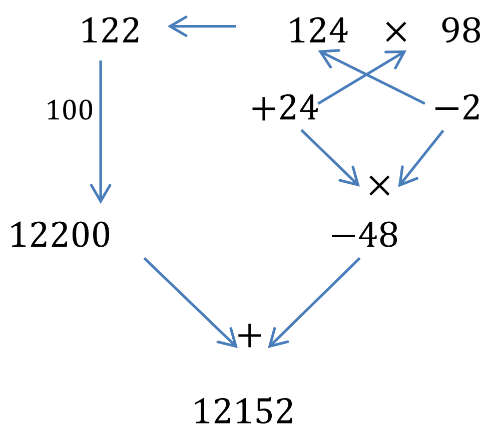
أو بإمكانكم اتباع طريقة اخرى أسهل وأسرع لتنفيذ الخطوات السابقة ذهنياً:



مثال آخر:

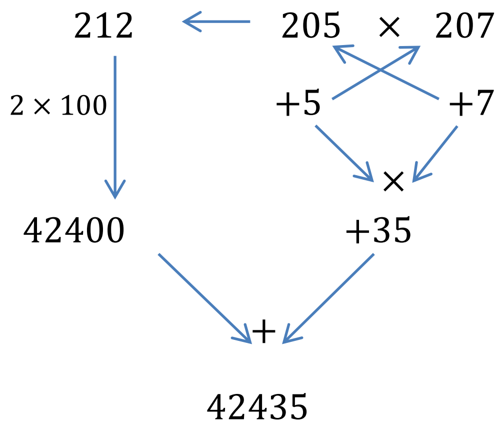


مثال آخر:

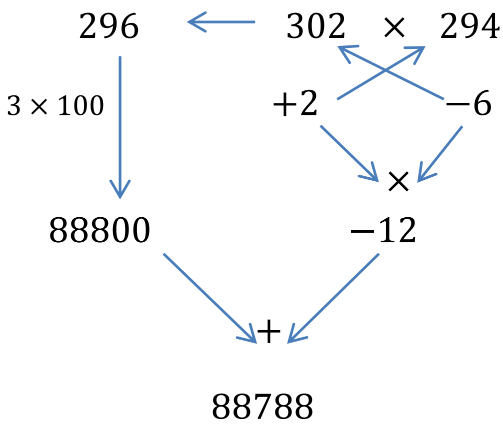


وهو ناتج الجداء.

مثال آخر:



هذا المثال يوضح كيفية استعمال هذه الطريقة في حال كان ***(The reference number)*** عدد آخر غير (1000) ,(100) ....



البرهان الرياضي لهذه الطريقة:

يمكنك العودة إلى طريقة ضرب الأعداد بين (10) و (19) حيث أن برهان تلك الطريقة مشابه لبرهان هذه الطريقة.

طريقة عملية لتضعيف الأرقام ذهنياً:

المضاعفات مهمة وتساعدنا في إيجاد ضرب أي عدد بالرقم (2).

حاول بدايةً بــ (3) وضاعف في كل مرة إذا كنت قادراً في دقيقتين:

$$3 \quad 6 \quad 12 \quad 24 \quad 48 \quad 96 \quad 192 \quad 384 \quad 768 \quad 1536 \quad 3072 \quad \cdots$$

يجب عليك أن تضاعف أي رقم كبير مبتدئاً من نهاية يسار الرقم وضاعف المنزلة الأولى ، ثم أنظر على المنزلة التي تليه. إذا كانت المنزلة أكثر من 4 نضيف واحد وإذا كانت غير ذلك لا نضيف ونستمر بالمضاعفة لكل الأرقام وبنفس الطريقة.

مثال:

$$2 \times 3479$$

١. ضعف (3) هو (6) و (4) الخانة التالية أقل من (5) لا نضيف واحد لذلك نكتب (6).
٢. ضعف (4) هو (8) و (7) الخانة التالية أكثر من (5) لذلك نضيف واحد ونكتب (9) في الناتج.
٣. ضعف (7) هو (14) و (9) أكثر من (5) لذلك نضيف واحد ونكتب (5) في الناتج (لم نكتب الواحد "خانة العشرات من (15)" لأننا أضفناه في الخطوة السابقة).
٤. ضعف (9) هو (18) و أقل من (5) لذلك لا نضيف واحد ونكتب (8) في الناتج.
٥. ضعف (3)هو (6) ونكتب (6). ونكون بذلك حصلنا على الجواب، (69586).

بنفس الطريقة ، نستطيع مضاعفة أي رقم كبير ، كاتباً النتيجة من اليسار إلى اليمين، حاول التمرن على هذه الطريقة من خلال الأمثلة فهي مفيدة جداً وضرورية.

ملاحظة:

عندما تقوم بإيجاد ناتج عملية حسابية ذهنياً حاول قدر الإمكان أن تعطي الناتج من اليسار إلى اليمين لأن ذلك أولاً يخالف الطريقة التي اعتدنا عليها فمثلاً إذا أردت إيجاد ناتج ضرب عددين على الطريقة التي تعلمناها في المدرسة فأنك ستبدأ من اليمين متجهاً نحو اليسار ولكن عندما تعطي الناتج من اليسار إلى اليمين فإن ذلك يجعلك تبدو عبقرياً .

المضاعفات تفيدنا في إيجاد ناتج الضرب بالعدد (4)، أو بالعدد (8)،مثلاً للضرب بالعدد (4) نقوم بمضاعفة الرقم مرتان وعند الضرب بالعدد (8) نقوم بمضاعفته ثلاث مرات.

اعمل أكثر من 10 أمثلة بنفسك وتأكد من إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة

الآن نضع القاعدة

$$4 \times \square = 2 \times (2 \times \square)$$

$$8 \times \square = \left(2 \times \left(2 \times (2 \times \square)\right)\right)$$

✓ طريقة لإيجاد ناتج جداء أي عدد مكون من خانتين مع عدد آخر مكون من خانتين ذهنياً:[8]

١. نقوم بضرب خانة العشرات من العدد الأول مع خانة العشرات من العدد الثاني.
٢. نقوم بإيجاد ناتج "جداء قوس قزح"، وهو جداء خانة العشرات من العدد الأول مع خانة الآحاد من العدد الثاني زائداً جداء خانة الآحاد من العدد الأول مع خانة الآحاد من العدد الثاني.
٣. نضرب الناتج لذي حصلنا عليه من الخطوة الاولى بالعدد (10) ومن ثم نضيف له الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية.
٤. نقوم بضرب خانة الآحاد من العدد الأول مع خانة الآحاد من العدد الثاني.
٥. نضرب الناتج الذي حصلنا عليه من الخطوة الثالثة بالعدد (10) ومن ثم نضيف له الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الرابعة، ونكوم بذلك قد حصلنا على الناتج.

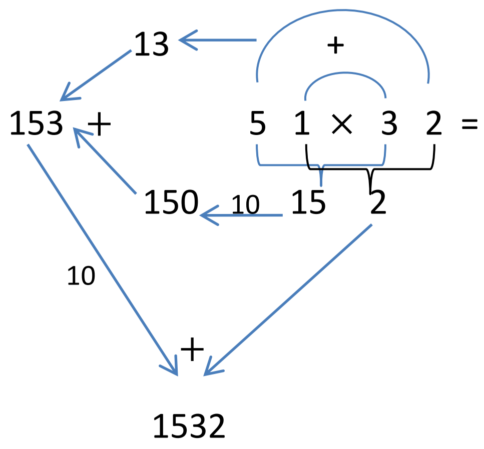
مثال:

$$51 \times 32 =$$

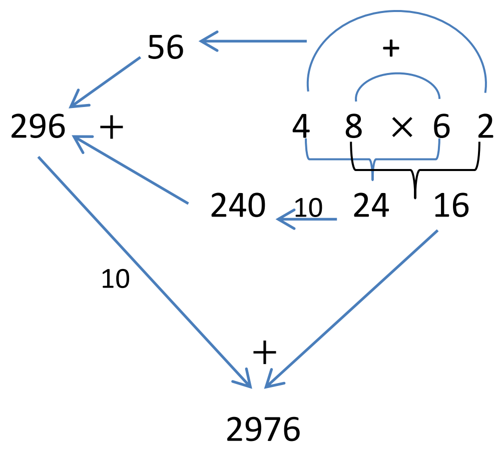
١. $5 \times 3 = 15$
٢. $(5 \times 2 = 10) + (3 \times 1 = 3) = 13$
٣. $15 \times 10 = 150$ و $150 + 13 = 163$
٤. $1 \times 2 = 2$
٥. $163 \times 10 = 1630$ و $1630 + 2 = 1632$ وهو الناتج.

[8] Williams, Kenneth, Vedic Math Genius(2003)، (13)

طبعاً هناك طريقة أسهل تمكنك من تطبيق هذه الخطوات في ذهنك:



مثال آخر:



البرهان الرياضي لهذه الطريقة:[٩]

لتكن خانة العشرات من العدد الأول هي (a)، وخانة الآحاد من هذا العدد هي (b)،فيكون العدد الأول هو (ab)، وخانة العشرات من العدد الثاني هي (c)، وخانة الآحاد من هذا العدد هي (d)،فيكون العدد الثاني هو (cd)، فنكون عملية جداء هذين العددين بالشكل:

$$(ab)\times(cd)=(10a+b)\times(10c+d)$$

والآن نقوم بفك الأقواس:

$$(10a+b)\times(10c+d)=100ac+10ad+10cb+bd$$

حيث أن "جداء قوس قزح" هو عبارة عن $10ad+10cb$.

[٩] البرهان الرياضي لم يرد في المرجع وهذا البرهان من تأليفي.

ملاحظة:

إن الأرقام (10) و (100) هي للدلالة على المنزلة فمثلاً (10a) تعني أن العدد (a) هو في منزلة العشرات.

✓ طريقة مذهلة ورائعة لجداء الأرقام الكبيرة بلمح البصر:[١٠]

هذه الطريقة قد تبدو معقدة قليلاً ولكن عندما تفهموها فصدقوني سوف تعتمدون عليها طوال حياتكم لشدة سهولتها فركزوا قليلاً معي في الخطوات ويفضل أن تُأدّوا كل الخطوات على ورقة لكي يتضح لكم الأمر.

2 3 4 5 6 ← الثنائية الأولى و الثانية و الثالثة

1 2 3 4 5 ← الثنائية الأولى

١. إذا كان للعددين عدد الخانات ذاته لا نغير فيهما شيئاً وننتقل إلى الخطوة الثانية أما إذا كان عدد خانات العدد الأول أكبر من عدد خانات العدد الثاني عندها نقوم بإضافة أصفار إلى يسار العدد الثاني حتي يتساوى عدد الخانات للعددين.
الخانة الأولى من العدد الأول مع الخانة الأولى من العدد الثاني تسمى الثنائية الأولى، والخانة الثانية من العدد الأول مع الخانة الثانية من العدد الثاني تسمى الثنائية الثانية وهكذا...... ملاحظة: عندما نضيف أصفاراً لأحد العددين حتى يتساوى عدد الخانات للعددين نعتبر الثنائية الأولى مكونة من الخانة الأولى من العدد الأول مع الصفر الذي يقابلها من العدد الثاني كما هو موضح في الرسم.

1 2 3 4 5

0 0 1 2 3 ← الثنائية الأولى

٢. نقوم في بداية الحل بأخذ الثنائية الأولى ونكون بذلك قد حصلنا على عددين كل منهما مكون من خانة واحدة، وبعد ذلك نقوم بإيجاد ناتج جداء الآحاد من العدد العلوي مع الآحاد من العدد السفلي ويكون حاصل الجداء هو الخانة الأولى من الناتج.

2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 $\quad 2 \times 1 = 2$

---

١٠ Vedic Math Genius(2003), Kenneth, Williams ،(16)

٣. بعد ذلك نأخذ الثنائية الأولى مع الثانية ونكون قد حصلنا على عددين كل منهما مكون من منزلتين فنقوم بإيجاد ناتج جداء خانة العشرات من العدد العلوي مع خانة الآحاد من العدد السفلي زائداً جداء خانة الآحاد من العدد العلوي مع خانة العشرات من العدد السفلي ونكون بذلك قد حصلنا على الخانة الثانية من الناتج.

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{2 \quad 3} & 4 & 5 & 6 \\ \boxed{1 \quad 2} & 3 & 4 & 5 \end{array} \qquad (2 \times 2 = 4) + (3 \times 1 = 3) = 7$$

٤. بعد ذلك نأخذ الثنائية الأولى مع الثانية الثالثة وبذلك نحصل على عددين كل منهما مكون من ثلاث منازل فنقوم بإيجاد ناتج جداء خانة المئات من العدد العلوي مع خانة الآحاد من العدد السفلي زائداً جداء خانة الآحاد من العدد العلوي مع خانة المئات من العدد السفلي زائداً جداء خانة العشرات من العدد العلوي مع خانة العشرات من العدد السفلي ونكون بذلك قد حصلنا على الخانة الثالثة من الناتج.

$$\begin{array}{cccc} \boxed{2 \quad 3 \quad 4} & 5 & 6 \\ \boxed{1 \quad 2 \quad 3} & 4 & 5 \end{array} \qquad (2 \times 3 = 6) + (4 \times 1 = 4) + (3 \times 2 = 6) = 16$$

٥. ونتابع على هذا المنوال (إضافة ثنائية كل مرة) حتى ننتهي من كافة الثنائيات ونكون بذلك قد حصلنا على نصف الناتج.

٦. بعد أن نقوم بإضافة كل الثنائيات نبدأ بعملية معاكسة حيث نقوم بإلغاء ثنائية من اليسار كل مرة مع الإبقاء على بقية الثنائيات ونكون بذلك قد حصلنا على عددين كل منهما مكون من أربع منازل (إذا كنا نضرب عدداً من خمسة منازل مع عدد آخر كما في هذا المثال أما بالشكل العام فنكون قد حصلنا على عددين كل منهما مكون من $(x-1)$ منزلة على فرض أن (x) يدل على عدد خانات العدد الأكبر بين العددين المضروبين)،فنقوم بإيجاد ناتج جداء خانة الألوف من العدد العلوي مع خانة الآحاد من العدد السفلي زائداً جداء خانة الآحاد من العدد العلوي مع خانة الألوف من العدد السفلي زائداً جداء خانة المئات من العدد العلوي مع خانة العشرات من العدد السفلي زائداً جداء خانة العشرات من العدد العلوي مع خانة المئات من العدد السفلي ونكون بذلك قد حصلنا على الخانة السادسة من الناتج.

$$\begin{array}{cc} 2 & \boxed{3 \quad 4 \quad 5 \quad 6} \\ 1 & \boxed{2 \quad 3 \quad 4 \quad 5} \end{array} \qquad (3 \times 5 = 15) + (6 \times 2 = 12) + (4 \times 4 = 16) + (5 \times 3 = 15) = 58$$

٧. نتابع بنفس المنهجية (نحذف ثنائية من اليسار كل مرة) حتة نصل إلى آخر ثنائية ونكون بذلك قد حصلنا على الخانة الأخيرة من الناتج.

قد تبدو الطريقة معقدة إلا أنها بسيطة وغاية في السهولة وأتمنى أن تكون الرسومات قد ساهمت في إيصال الفكرة لكم وآمل أن تكونوا قد استوعبتم القضية.

$$\begin{array}{r} 2\;3\;4\;5\;6 \\ \times \quad 1\;2\;3\;4\;5 \\ \hline 2\;7^1\;6^3\;0^5\;0^5\;8^5\;8^4\;9^3\;0 \end{array}$$

$2\;8\;9\;5\;6\;4\;3\;2\;0$ وهو الناتج.

ملاحظة:

كما ذكرت سابقاً بالنسبة إلى عدد الخانات للعددين المضروبين فلا يوجد أي مشكلة لو أن لأحد العددين عدد خانات أكثر من الثاني، على العكس فإن ذلك سوف يجعل الأمر أكثر سهولةً.

$$\begin{array}{ccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

تكون الخانة الأولى من الناتج:

$(2 \times 0 = 0)$ في هذه الحالة عندما نريد أن نضرب بالخانة الأولى من العدد السفلي سيكون الناتج صفراً لذلك سوف تصبح العملية أسهل وأسرع.

مثال :

$$\begin{array}{r} 7\ 3\ 5\ 2\ 1 \\ \times\ \ 3\ 4\ 8\ 6\ 2 \\ \hline \end{array}$$

١. نبدأ بالثنائية الأولى:

$$\begin{array}{r} \boxed{\begin{array}{c}7\\3\end{array}}\begin{array}{c}3\ 5\ 2\ 1\\4\ 8\ 6\ 2\end{array} \end{array}$$

×

$$[7 \times 3 = 21]$$

والآن ندون الرقم (21) كأول خانتين من الناتج.

٢. نأخذ الثنائية الثانية:

7 3 | 5 2 1

× 3 4 | 8 6 2

$$[(7 \times 4) + (3 \times 3) = 37]$$

الآن ندون الرقم (37) في الناتج لكن بما أن الرقم أكبر من العدد (9) نقوم بحمل العدد (3) إلى الخانة السابقة التي قمنا بحساب قيمتها في الخطوة الأولى وندون العدد (7) في الخانة التالية من الناتج، فيصبح الناتج حتى الآن: (21^37).

٣. نأخذ الثنائية الثالثة:

7 3 5 | 2 1

× 3 4 8 | 6 2

$$[(7 \times 8) + (3 \times 5) + (3 \times 4) = 83]$$

كما فعلنا سابقاً ندون فيصبح الناتج حتى الآن: (21^37^83) .

٤. نأخذ الثنائية الرابعة:

7 3 5 2 | 1

× 3 4 8 6 | 2

$$[(7 \times 6) + (3 \times 2) + (3 \times 8) + (4 \times 5) = 92]$$

ندون فيصبح الناتج حتى الآن: $(21^37^83^92)$.

٥. نتابع بأخذ الثنائية الخامسة:

$$\begin{array}{r} \boxed{\begin{matrix}7&3&5&2&1\\3&4&8&6&2\end{matrix}} \\ \times \end{array}$$

$$[(7 \times 2) + (3 \times 1) + (3 \times 6) + (4 \times 2) + (5 \times 8) = 83]$$

ندون فيصبح الناتج حتى الآن:($21^3 7^8 3^9 2^8 3$) .

٦. الآن نكون قد حصلنا على نصف الإجابة ولكي نحصل على النصف الآخر علينا اتباع سياسة جديدة حيث سنقوم بحذف ثنائية من اليسار كل مرة.

٧. نحذف الثنائية الأولى:

$$\begin{matrix} & 7 & \boxed{\begin{matrix}3&5&2&1\\4&8&6&2\end{matrix}} \\ \times & 3 & \end{matrix}$$

$$[(3 \times 2) + (4 \times 1) + (5 \times 6) + (8 \times 2) = 56]$$

ندون فيصبح الناتج حتى الآن:($21^3 7^8 3^9 2^8 3^5 6$) .

٨. نحذف الثنائية الثانية:

$$\begin{matrix} & 7 & 3 & \boxed{\begin{matrix}5&2&1\\8&6&2\end{matrix}} \\ \times & 3 & 4 & \end{matrix}$$

$$[(5 \times 2) + (8 \times 1) + (2 \times 6) = 30]$$

ندون فيصبح الناتج حتى الآن:($21^3 7^8 3^9 2^8 3^5 6^3 0$) .

٩. نحذف الثنائية الثالثة:

$$\begin{matrix} & 7 & 3 & 5 & \boxed{\begin{matrix}2&1\\6&2\end{matrix}} \\ \times & 3 & 4 & 8 & \end{matrix}$$

$$[(2 \times 2) + (6 \times 1) = 10]$$

ندون فيصبح الناتج حتى الآن:($21^3 7^8 3^9 2^8 3^5 6^3 0^1 0$) .

نحذف الثنائية الثالثة:

$$\begin{matrix} & 7 & 3 & 5 & 2 & \boxed{\begin{matrix}1\\2\end{matrix}} \\ \times & 3 & 4 & 8 & 6 & \end{matrix}$$

$[2 \times 1 = 2]$ بما أن العدد (2) أصغر من العدد (9) لا نحمل أي عدد إلى الخانة السابقة وندون العدد (2) في الناتج.

ندون فيصبح الناتج النهائي:($21^3 7^8 3^9 2^8 3^5 6^3 0^1 02$) .

الآن كل ما تبقى علينا هو جمع الأعداد في الناتج: (2563089102) وهو الناتج النهائي.

ملاحظة:

البرهان الرياضي لهذه الطريقة هو ذاته البرهان الرياضي للطريقة السابقة "جداء عدد من خانتين مع عدد آخر من خانتين".

✓ طريقة للتأكد من الإجابة:

عند إجراء أي عمل حسابي من السهل أن يكون هناك أخطاء ، ولكن لا تقلقوا فهناك طريقة للتأكد من الإجابة بدون عمل نفس خطوات الطريقة التي أتبعتها، إليكم هذه الطريقة المذهلة للتحقق من الناتج بسرعة:

- ✓ ناتج جع خانات العدد مع بعضها يسمى مجموع الخانة لهذا العدد مثلاً ليكن لدينا العدد (45167) إن مجموع الخانة لهذا العدد هو (5) لأن :

$$(4+5+1+6+7=23 \quad , \quad 2+3=5)$$

١. نقوم بإيجاد مجموع الخانة للعدد الأول والعدد الثاني.
٢. بعد ذلك نقوم بضرب مجموع الخانة للعدد الأول مع مجموع الخانة للعدد الثاني.
٣. نقوم بإيجاد مجموع الخانة للناتج الذي حصلنا عليه.
٤. إذا كان العدد الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية مساوٍ للعد الذي حصلنا عليه في الخطوة الثالثة تكون العملية التي قمنا بها صحيحة والناتج الذي حصلنا عليه صحيح، أما إذا كان الناتج مختلف فعلينا التأكد من حساباتنا مرة أخرى لأن العملية التي قمنا بها خاطئة.

مثال:

$$\begin{array}{r} 493 \\ \times \quad 542 \\ \hline 267206 \end{array}$$

عند إجراء عملية الضرب السابقة توصلنا إلى أن الناتج هو (267206)، والآن للتحقق من الناتج كل ما علينا فعله هو:

١. مجموع الخانة للعدد الأول هو $(4+9+3=16 \quad , \quad 1+6=7)$.
٢. مجموع الخانة للعدد الثاني هو $(5+4+2=11 \quad , \quad 1+1=2)$.

٣. نقوم بضرب مجموع الخانة للعدد الأول بمجموع الخانة للعدد الثاني:
$(7 \times 2 = 14 \ , \ 1 + 4 = 5)$.

٤. نقـــــــوم بإيجــــــــاد مجمـــــــوع الخانـــــــــة للنــــــــاتج
$(2 + 6 + 7 + 2 + 0 + 6 = 23 \ , \ 2 + 3 = 5)$.

٥. نلاحظ بأننا حصلنا على ناتجين متماثلين مما يعني بأننا قمنا بالعملية بشكل صحيح والناتج الذي حصلنا عليه هو الناتج الصحيح.

لكن إذا أردتم نصيحتي فسأقول لكم دعكم من هذه الطريقة الطويلة وتعالوا معي لكي أخبركم بطريقة مختصرة تستطيعون إنجازها في وقت أقصر وسهولة أكبر والتي تسمى " إقصاء التسعات "، "*casting out nines*":[١١]

عندما نقوم بحساب مجموع الخانة للأعداد اختصاراً للوقت نقوم بإقصاء كل عددين مجموعهما تسعة أو كل تسعة موجودة بالعدد فمثلاً: مجموع الخانة للعدد (257712) هو $(2 + 5 + 7 + 7 + 1 + 2 = 24 \ , \ 2 + 4 = 6)$، هذا حسب الطريقة السابقة أما إذا اتبعنا طريقة إقصاء التسعات فمباشرة سنقوم بحذف $(2 + 7 \ , \ 2 + 7)$، لأن مجموعهما تسعة فيتبقى لدينا $(5 + 1 = 6)$، وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها لكن بجهد أقل وسرعة أكبر.

ملاحظة:

هذه الطريقة هي ذاتها الطريقة السابقة ولكن انطلاقاً من حقيقة أن

$(9 + 5 = 14 \quad 1 + 4 = 5)$ وأننا إذا قمنا بإقصاء العدد تسعة سنحصل على النتيجة ذاتها .

[١١] Speed Mathematic(2003),Bill,handley ,(21).

مثال:

$$\begin{array}{r} 728 \\ \times \quad 354 \\ \hline 257712 \end{array}$$

بإجراء عملية الضرب السابقة وجدنا أ ن الناتج هو (257712)، والآن كل ما علينا فعله للتأكد من الناتج هو اتباع الخطوات الموضحة أعلاه:

١. في العدد الأول: $(9 = 2 + 7)$، نقوم بإقصاء هذين العددين فيتبقى لدينا العدد (8) وهو مجموع الخانة للعدد الأول.
٢. في العدد الثاني: $(9 = 4 + 5)$، لذلك نقوم بإقصاء هذين العددين فيتبقى لدينا العدد (3) وهو مجموع الخانة للعدد الثاني.
٣. نقوم بضرب مجموع الخانة للعدد الأول بمجموع الخانة للعدد الثاني: $(8 \times 3 = 24\ ,\ 2 + 4 = 6)$.
٤. في الناتج: $(9 = 2 + 7\ ,\ 9 = 2 + 7)$، لذلك نقوم بإقصاء هذه الأعداد فيتبقى لدينا $(6 = 1 + 5)$ ، وهو مجموع الخانة للناتج.
٥. نلاحظ بأننا حصلنا على ناتجين متماثلين مما يعني بأننا قمنا بالعملية بشكل صحيح والناتج الذي حصلنا عليه هو الناتج الصحيح.

مثال آخر:

$$\begin{array}{r} 1365 \\ \times \quad 2174 \\ \hline 2967510 \end{array}$$

عند إجراء عملية الضرب السابقة وجدنا أن الناتج هو (2967510)، والآن كل ما علينا فعله للتأكد من الناتج هم اتباع طريقة إقصاء التسعات:

١. في العدد الأول:($9\ =\ 3+6$)، لذلك نقوم بإقصاء هذين العددين فيتبقى لدينا ($6\ =\ 1+5$) وهو مجموع الخانة للعدد الأول.

٢. في العدد الثاني:($9\ =\ 2+7$)، لذلك نقوم بإقصاء هذين العددين فيتبقى لدينا ($5 = 1+4$) وهو مجموع الخانة للعدد الأول.

٣. نقوم بضرب مجموع الخانة للعدد الأول بمجموع الخانة للعدد الثاني: ($3 = 0+3\ ,\ 30 = 5 \times 6$).

٤. في الناتج: (9 = 7+2)، لذلك نقوم بإقصاء هذين العددين كما نقوم أيضاً بإقصاء العدد (9)، فيتبقى لدينا ($3 = 2+1\ ,\ 12\ =\ 1+5+6$) وهو مجموع الخانة للناتج.

٥. نلاحظ بأننا حصلنا على ناتجين متماثلين مما يعني بأننا قمنا بالعملية بشكل صحيح والناتج الذي حصلنا عليه هو الناتج الصحيح

٦. مثال آخر:

$$\begin{array}{r} 4257 \\ \times\quad 634 \\ \hline 2698938 \end{array}$$

بإجراء عملية الضرب السابقة نجد أن الناتج هو (2698938)، والآن للتحقق من الناتج :

١. في العدد الأول:($9\ =\ 2+7$) لذلك نقوم بإقصاء هذين العددين ولدينا أيضاً العدد (9)ولكن هنا إذا قمنا بإقصاء العدد (9) فلن يتبقى لدينا أي شيء لمجموع الخانة لذلك نقوم بترك هذه التسعة وتكون هي مجموع الخانة للعدد الأول.

٢. في العدد الثاني: ($9\ =\ 3+6$) لذلك نقوم بإقصاء هذين العددين فيتبقى لدينا العدد (4).

٣. نقوم بضرب مجموع الخانة للعدد الأول بمجموع الخانة للعدد الثاني: ($9 = 6+3\ ,\ 36 = 4 \times 9$).

"مجموع الخانة لأي عدد مضروب بالعدد (9) هو (9)"

٤. في الناتج: $(9 = 3 + 6)$، لذلك نقوم بإقصاء هذين العددين كما نقوم أيضاً بإقصاء التسعتين الموجدتين بالناتج، فيتبقى لدينا $(8+8+2 = 18 \ , \ 1+8 = 9)$ وهو مجموع الخانة للناتج.

٥. نلاحظ بأننا حصلنا على ناتجين متماثلين مما يعني بأننا قمنا بالعملية بشكل صحيح والناتج الذي حصلنا عليه هو الناتج الصحيح.

ملاحظة هامة:

إن طريقة إقصاء التسعات "***Casting out nine's***" هي طريقة فعالة جداً وتسمح لك بالتأكد من الناتج بسرعة وبدون إعادة الخطوات التي قمت بها لكنها تملك نقضة ضعف وحيدة وهي أنه يوجد احتمال صغيير جداً أن تقوم بخطأ دون أن تكشفه هذه الطريقة فمثلاً لو أخذنا العدد (465423) لوجدنا أن مجموع الخنة له هو (6) ، ولكن العدد (435426)، مجموع الخانة له هو (6) أيضاً ولكن هل من المعقول بأن تكون سيء الحظ لدرجة أن تحصل على أعداد الناتج ذاتها ولكن بترتيب مختلف، ومع ذلك فإن هذه الثغرة الصغيرة لا تقلل من أهمية هذه الطريقة وقوتها.

الجداء الجبري: "Polynomial Multiplication"

الآن سوف نتعلم طريقة سهلة ورائعة لإيجاد ناتج جداء كثيرات الحدود مثل:

$$2x^3 + x^2 + 5x + 4$$
$$\times \quad 3x^3 + 2x^2 + x + 1$$

ملاحظة:

- سوف نتبع في هذه الطريقة الخطوات ذاتها تقريباً التي اتبعناها في الجداء العادي والتي ذكرتها سابقاً.
- $x^a \times x^b = x^{a+b}$ ، $x^0 = 1$.
- كثيرة الحدود يجب أن تكون مرتبة تنازلياً بالنسبة لقوة المتغير مما يعني بأن الحد ذو الأس الأكبر يجب أن يكون أولاً يليه الحد ذو الأس الأصغر فالأصغر وهكذا.....

١. أولاً نقوم بإيجاد ناتج جداء الحد الأول من كثيرة الحدود الأولى " الحد ذو الأس الأعلى" بالحد الأول من كثيرة الحدود الثانية " الحد ذو الأس الأعلى" حيث نقوم بضرب الجزء العددي بالجزء العددي و الجزء المتغير بالجزء المتغير ونكون بذلك قد حصلنا على الحد الأول من الناتج. مثال:

$$3x^2 \times 5x^3 = 15x^5$$

٢. إذا كان (x) في الحد الأول من الناتج مرفوعاً للأس (n) مثلاً حيث (n) عدداً طبيعياً فإن أس (x) في الحد الثاني يكون $(\mathrm{n}-1)$، وأس (x) في الحد الثالث يكون $(\mathrm{n}-2)$، وهكذا.... أي أن قوة المجهول (x) تتناقص حتى تصل إلى الصفر "الحد المطلق وهو الحد المستقل عن (x)".

٣. الآن كل ما تبقى علينا هو إيجاد أمثال المجهول (x) في كل حد من حدود الناتج وإليكم كيف:

٤. نقوم باتباع الخطوات التي مرت معنا سابقاً في طريقة الضرب العادية ولكن نجري العملية على أمثال المجهول (x) فقط في كلا كثيرتي الحدود ونبدأ من الحد الثاني حيث نبدأ بالثنائية الثانية كما تلمنا سابقاً.

مثال:

$$2x^3 + x^2 + 5x + 4$$
$$\times \quad 3x^3 + 2x^2 + x + 1$$

١. $2x^3 \times 3x^3 = 6x^6$ وهو الحد الأول من الناتج، وبما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (6) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج يكون مرفوعاً للأس (5).

٢. الآن نبدأ بالثنائية الأولى و الثانية:

$$2x^3 + x^2 + 5x + 4$$
$$\times \quad 3x^3 + 2x^2 + x + 1$$

$[(2 \times 2) + (3 \times 1) = 7]$ إذاً أصبح لدينا الحد الثاني من الناتج $(7x^5)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج مرفوع للأس (5) فإن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج يكون مرفوعاً للأس (4).

٣. والآن نأخذ الثنائية الثالثة:

$$2x^3 + x^2 + 5x + 4$$
$$\times \quad 3x^3 + 2x^2 + x + 1$$

$$[(2 \times 1) + (3 \times 5) + (2 \times 1) = 19]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الثالث من الناتج $(19x^4)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج مرفوع للأس (4) فإن المجهول(x) في الحد الرابع من الناتج يكون مرفوعاً للأس (3).

٤. الآن نأخذ الثنائية الرابعة:

$$2x^3 + x^2 + 5x + 4$$
$$\times \quad 3x^3 + 2x^2 + x + 1$$

$$[(2 \times 1) + (4 \times 3) + (5 \times 2) + (1 \times 1) = 25]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الرابع من الناتج $(25x^3)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الرابع من الناتج مرفوع للأس (3) فإن المجهول (x) في الحد الخامس من الناتج يكون مرفوعاً للأس (2).

٥. الآن نكون قد وصلنا إلى نصف الطريق والآن نبدأ بحذف ثنائية من اليسار في كل مرة ونتابع:

$$\begin{array}{r} 2x^3 \boxed{+ x^2 + 5x + 4} \\ \times \quad 3x^3 \boxed{+ 2x^2 + x + 1} \end{array}$$

$$[(1 \times 1) + (4 \times 2) + (5 \times 1) = 14]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الخامس من الناتج $(14x^2)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الخامس من الناتج مرفوع للأس(2) فإن المجهول (x) في الحد السادس من الناتج يكون مرفوعاً للأس (1).

٦. نحذف ثنائية من اليسار:

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 + \boxed{5x + 4} \\ \times \quad 3x^3 + 2x^2 \boxed{+ x + 1} \end{array}$$

$$[(5 \times 1) + (4 \times 1) = 9]$$

إذاً أصبح لدينا الحد السادس من الناتج $(9x)$، وبما أن المجهول (x) في الحد السادس من الناتج مرفوع للأس (1) فإن المجهول(x) في الحد السابع من الناتج يكون مرفوعاً للأس (0).

٧. نحذف ثنائية من اليسار ونتابع:

$$\begin{array}{r} 2x^3 + x^2 + 5x \boxed{+ 4} \\ \times \quad 3x^3 + 2x^2 + x \boxed{+ 1} \end{array}$$

$$[(4 \times 1) = 4]$$

إذاً أصبح لدينا الحد السابع من الناتج (9). وهو الحد الأخير من الناتج.

٨. فيكون الناتج النهائي هو

$(6x^6 + 7x^5 + 19x^4 + 25x^3 + 14x^2 + 9x + 4)$.

مثال آخر:

$$\begin{array}{r} 4x^3+3x^2+5x+9 \\ \times \qquad 2x^2+7x+3 \\ \hline \end{array}$$

نلاحظ هنا بأننا أمام مشكلة وهي أن عدد الحدود في كثيرة الحدود الأولى أكبر من عدد الحدود في كثيرة الحدود الثانية ولكن لو فكرنا قليلاً لوجدنا أن كثيرة الحدود الثانية يمكن أن تكتب بالشكل: $0x^3+2x^2+7x+3$ أليس كذلك لأن أي عدد مضروب بالعدد (0) يساوي الصفر والآن نعيد صياغة العملية بعد التعديل:

$$\begin{array}{r} 4x^3+3x^2+5x+9 \\ \times \quad 0x^3+2x^2+7x+3 \\ \hline \end{array}$$

١. $4x^3\times 0x^3=0x^6$ وهو الحد الأول من الناتج، وبما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (6) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج يكون مرفوعاً للأس(5) .

٢. نأخذ الثنائية الأولى و الثانية:

$$\begin{array}{r} \boxed{4x^3+3x^2}+5x+9 \\ \times \quad \boxed{0x^3+2x^2}+7x+3 \end{array}$$

$$[(4\times 2)+(3\times 0)=8]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الثاني من الناتج $(8x^5)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج مرفوع للأس (5) فإن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج يكون مرفوعاً للأس (4).

٣. نأخذ الثنائية الثالثة:

$$\begin{array}{r} \boxed{4x^3+3x^2+5x}+9 \\ \times \quad \boxed{0x^3+2x^2+7x}+3 \end{array}$$

$$[(4\times 7)+(5\times 0)+(3\times 2)=34$$

إذاً أصبح لدينا الحد الثالث من الناتج $(34x^4)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج مرفوع للأس (4) فإن المجهول (x) في الحد الرابع من الناتج يكون مرفوعاً للأس (3).

٤. نأخذ الثنائية الرابعة:

$$4x^3 + 3x^2 + 5x + 9$$
$$\times \quad 0x^3 + 2x^2 + 7x + 3$$

$$[(4 \times 3) + (9 \times 0) + (3 \times 7) + (5 \times 2) = 43]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الرابع من الناتج $(43x^3)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الرابع من الناتج مرفوع للأس(3) فإن المجهول (x) في الحد الخامس من الناتج يكون مرفوعاً للأس (2).

٥. وصلنا إلى منتصف الطريق والآن نقوم بح>ف ثنائية من اليسار:

$$4x^3 + 3x^2 + 5x + 9$$
$$\times \quad 0x^3 + 2x^2 + 7x + 3$$

$$[(3 \times 3) + (9 \times 2) + (5 \times 7) = 62]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الخامس من الناتج $(62x^2)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الخامس من الناتج مرفوع للأس (2) فإن المجهول (x) في الحد السادس من الناتج يكون مرفوعاً للأس (1).

٦. نحذف ثنائية من اليسار:

$$4x^3 + 3x^2 + 5x + 9$$
$$\times \quad 0x^3 + 2x^2 + 7x + 3$$

$$[(5 \times 3) + (9 \times 7) = 78]$$

إذاً أصبح لدينا الحد السادس من الناتج $(78x)$، وبما أن المجهول (x) في الحد السادس من الناتج مرفوع للأس (1) فإن المجهول (x) في الحد السابع من الناتج يكون مرفوعاً للأس (0)، وهو الحد المطلق.

٧. نحذف ثنائية من اليسار:

$$4x^3 + 3x^2 + 5x + 9$$
$$\times \quad 0x^3 + 2x^2 + 7x + 3$$

$$[(9 \times 3) = 21]$$

إذاً أصبح لدينا الحد السابع من الناتج (21)، وهو الحد الأخير من الناتج.

٨. فيكون الناتج النهائي:

$$(0x^6 + 8x^5 + 34x^4 + 43x^3 + 62x^2 + 72x + 21).$$

بالطبع الحد الأول ليس ضرورياً لذا علينا حذفه فليس من المعقول أن تقوم بوضع هذا الحد عندما تقوم بإجراء عملية الضرب هذه فأنت بهذه الحالة لن تذهل الآخرين بل ستدفعهم للضحك عليم لذا حاول أن تختصر هذه الخطوات بما يتناسب معك وتدرب على أدائها ذهنياً بدون اللجوء إلى الورقة والقلم ولا تكتب إلا النتيجة النهائية عندها صدقني سوف يظن الناس بأنك عبقري في الرياضيات.

مثال آخر:

$$3x^2 + 4x + 2$$

$$\times \quad 5x^2 - 3x - 1$$

١. $3x^2 \times 5x^2 = 15x^4$ وهو الحد الأول من الناتج، وبما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (4) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج يكون مرفوعاً للأس (3).

٢. الآن نبدأ بالثنائية الأولى و الثانية:

$$3x^2 + 4x + 2$$

$$\times \quad 5x^2 - 3x - 1$$

$[(3 \times (-3)) + (5 \times 4) = 11]$ إذاً أصبح لدينا الحد الثاني من الناتج $(11x^3)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج مرفوع للأس (3) فإن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج يكون مرفوعاً للأس (2).

٣. والآن نأخذ الثنائية الثالثة:

$$3x^2 + 4x + 2$$

$$\times \quad 5x^2 - 3x - 1$$

$$[(3 \times (-1)) + (5 \times 2) + (4 \times (-3)) = -5]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الثالث من الناتج $(-5x^2)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج مرفوع للأس (2) فإن المجهول (x) في الحد الرابع من الناتج يكون مرفوعاً للأس (1).

٤. الآن نكون قد وصلنا إلى نصف الطريق والآن نبدأ بحذف ثنائية من اليسار في كل مرة ونتابع:

$$\begin{array}{rr} & 3x^2 \boxed{+4x+2} \\ \times & 5x^2 \boxed{-3x-1} \end{array}$$

$$[(4 \times (-1)) + ((-3) \times 2) = -10]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الرابع من الناتج $(-10x)$، وبما أن المجهول (x) في الحد الرابع من الناتج مرفوع للأس(1) فإن المجهول (x) في الحد الخامس من الناتج يكون مرفوعاً للأس (0).

٥. نحذف ثنائية من اليسار:

$$\begin{array}{rr} & 3x^2+4x \boxed{+2} \\ \times & 5x^2-3x \boxed{-1} \end{array}$$

$$[(2 \times (-1) = -2]$$

إذاً أصبح لدينا الحد الخامس من الناتج (-2)، وهو الحد الأخير من الناتج.

٦. فيكون الناتج النهائي هو $(15x^4 + 11x^3 - 5x^2 - 10x - 2)$.

التأكد من الإجابة:

يمكننا التحقق من الإجابة عن طريق إجراء العمليات الحسابية على أمثال المجهول (x) في كثيرتي الحدود .

مثال:

في الجداء السابق:

$$3x^2 + 4x + 2$$

$$\times \quad 5x^2 - 3x - 1$$

$$15x^4 + 11x^3 - 5x^2 - 10x - 2$$

الآن للتحقق من الإجابة نقوم بما يلي:

١. في كثيرة الحدود الأولى نقوم بإجراء العمليات بين الحدود على أمثال الحدود:
$$3 + 4 + 2 = 9$$
٢. في كثيرة الحدود الثانية نقوم بإجراء العمليات بين الحدود على أمثال الحدود:
$$5 - 3 - 1 = 1$$
٣. العملية بين كثيرتي الحدود هي جداء لذلك نقوم بإيجاد ناتج جداء العددين اللذان حصلنا عليهما في الخطوة السابقة:
$$9 \times 1 = 1$$
٤. في الناتج نقوم بإجراء العمليات الحسابية بين الحدود على أمثال الحدود:
$$15 + 11 - 5 - 10 - 2 = 9$$
٥. نلاحظ باننا حصلنا على ناتجين متماثلين مما يعني بأننا قمنا بالعملية الحسابية بشكل صحيح.

والآن عدد للأمثلة التي قمنا بحلها سابقاً وتأكد من الإجابة باستخدام هذه الطريقة.

طريقة للضرب بالعدد (5) :

الضرب في العدد (5) هو ذاته الضرب في العدد (10)، (أضف صفراً للرقم المضروب) وبعد ذلك نصف الناتج، إذا كان الرقم زوجي مجرد أن تنصف الرقم ثم نضيف صفراً للتنصيف.

وإذا كان الرقم فردي ، مجرد أن تنصف الرقم ثم تضيف (5) للتنصيف .

مثال:

$= 1369 \times 5$ الجواب هو (6845) لأن نصف (1369) هو (684) والرقم (1369) رقم فردي لذلك يكون الناتج (6845).

القسمة Division

✓ قسمة أي عدد على العدد (9):[١٢]

١. نقوم بوضع الخانة الأولى من العدد كأول خانة من الناتج.
٢. نقوم بجمع الخانة الأولى من الناتج مع الخانة الثانية من العدد للحصول على الخانة الثانية من الناتج.
٣. نجمع الخانة الثانية من الناتج مع الخانة الثالثة من العدد للحصول على الخانة الثالثة من الناتج.
٤. نتابع العملية على هذا المنوال حتى نصل إلى المنزلة الأخيرة من العدد حين نضيف لها المنزلة الأخيرة من الناتج ونضع ناتج الجمع جانبا وندون ناتج قسمته على (9) فوق الخانة الاخيرة من الناتج ويكون الباقي هو باقي قسمة العدد على (9).

"أي نقوم بجمع كل خانة من العدد مع الخانات التي تسبقها وندون الناتج كخانة من ناتج القسمة حتى نصل للخانة الاخيرة".

مثال:

$$12213 \div 9 =$$

١. (1) هي الخانة الأولى من الناتج.
٢. نضيف إلى الخانة الأولى من الناتج الخانة الثانية من العدد للحصول على الخانة الثانية $1 + 2 = 3$
٣. نتابع بإضافة الخانة الثانية من الناتج الخانة الثالثة من العدد للحصول على الخالة الثالثة من الناتج $3 + 2 = 5$
٤. نتابع $5 + 1 = 6$

---

[١٢] Speed Math For Kids(2005), Bill, Handley، (139).

٥. والآن من أجل الخانة الأخيرة من الناتج:

نجمع آخر خانة من الناتج مع الخانة الأخير من العدد ومن ثم نحسب حاصل قسمة الناتج على تسعة ونسجل الرقم فوق الخانة الاخيرة من الناتج ونترك الباقي الذي يكون باقي القسمة الكلية.

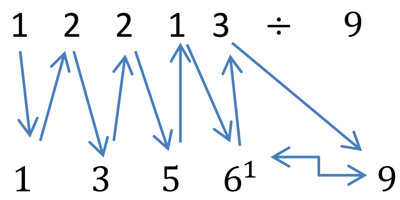
٦. $(6+3=9)$ ، $(9 \div 9 = 1)$ والباقي (0).

٧. نضع العدد (1) فوق الخانة الاخيرة من الناتج (6) ونجمع الأعداد في الناتج لنحصل على الناتج النهائي.

$$1356 + 1 = 1356$$

إذاً $12213 \div 9 = 135$ والباقي (0).

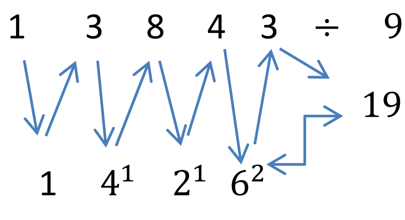
العملية ستكون بهذا الشكل:



1 3 5 7 وهو الناتج والباقي (0).

مثال آخر:

$$13842 \div 9$$



1 5 3 8 والباقي (1). "باقي قسمة العدد (19) على (9)".

ملاحظة:

عندما جمعنا العدد (4) مع العدد (8) في الخطوة المشار إليها بالسهم الرابع كان الناتج (12) لذلك عندما كتبنا الناتج حملنا (1) إلى الخانة السابقة وتابع بجمع (12) مع الخانة التالية من العدد .

البرهان الرياضي[13]:

ما هو حاصل قسمة العدد (10) على العدد (9)، بالتأكيد الناتج هو (1) والباقي (1) هذا هو الأساس الذي تعتمد عليه الطريقة السابقة فمن أجل كل (10)، العدد (9) سوف يقسم مرة واحدة والباقي هو (1)، مثلاً ما هو حاصل قسمة العدد (20) على العدد (9) إنه (2) والباقي (2)، ما هو حاصل قسمة العدد (50) على العدد (9) إنه (5) والباقي هو (5) " ناتج قسمة العدد (50) على العدد (10) هو (5) والباقي (0)،ومن أجل كل عشرة العدد (9) يقسم مرة واحدة ويكون الباقي هو (1) مما يعني بأن حاصل قسمة العدد (50) على العدد (9) هو (5) والباقي (5).

فكما نلاحظ من أجل كل (10) العدد (9) يقسم مرة واحدة ويكون الباقي هو (1)، فإذا أخذنا

المثال:

$$61326 \div 9$$

عند إجراء القسمة نجد أن الناتج هو (6814)، بنا أشرح لكم كيف تمت هذه العملية.

كما ذكرت سابقاً من أجل كل (10) فإن العدد (9) يقسم مرة واحدة والباقي (1)، فإذا أجرينا القسمة السابقة بالاستعانة بهذه المعلومة:

$$\begin{array}{c|l} & \text{(10)} \\ \hline 9 & 61326 \end{array}$$

[13] البرهان الرياضي لم يرد في المرجع وهذا البرهان من تأليفي.

ناتج قسمة العدد (61326) على العدد (10) هو (6132)، والباقي (6)، مما يعني بأن ناتج قسمة العدد (61326) على العدد (9) هو (6132)، والباقي بالإضافة إلى العدد (6)،" باقي قسمة العدد على العدد (10) "، هو (6132) لأنه من أجل كل (10) العدد (9) يقسم مرة واحدة والباقي واحد وهنا يوجد 6132عشرة أي يوجد باقي لكل عشرة واحد أي (6132) بالإضافة إلى باقي القسمة على العدد (10) وهو (6) فيصبح باقي القسمة العدد (61326) على العدد (9) هو (6138)، الآن نتبع نفس الخطوات ونوجد ناتج قسمة العدد (6138) على العدد (9) انطلاقاً من ناتج القسمة على العدد (10)، فنحصل على الناتج (613) وهو ناتج قسمة العدد (6138) على العدد (10) والباقي (8)، فيكون ناتج قسمة هذا العدد على العدد (9) هو(613) والباقي هو (621) وهو باقي قسمة العدد (6138) على العدد (9) بالإضافة إلى باقي قسمة هذا العدد على العدد (10)، نتابع بقسمة العدد (621) على العدد (9) فيكون ناتج قسمة العدد (621) على العدد (10) هو (62) والباقي (1) فيكون ناتج قسمة هذا العدد على العدد (9) هو (62) والباقي (63) والأن بنفس الطريقة نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد (63) على العدد (9) فيكون الناتج هو (6) والباقي (9) ، والآن الخطوة الأخيرة هي إيجاد ناتج قسمة العدد (9)" الباقي من القسمة السابقة"، على العدد (9) ويكون الناتج هو (1) ولا يوجد باقي فغذا قمنا بجمع النواتج التي حصلنا عليها سوف نصل إلى النتيجة ذاتها ويكون باقي القسمة هو آخر باقي حصلنا عليه " أصغر من العدد (9)"، وهنا هو (0).

تكون عملية جمع النواتج كالآتي:

$$\begin{array}{r} 6132 \\ 613 \\ 62 \\ 6 \\ +\quad 1 \\ \hline 6814 \end{array}$$

نلاحظ هنا وجود اختلاف بين الطريقة التي اتبعناها في البداية وبين هذه النتيجة لكن الاختلاف هو فقط اختلاف ظاهري حيث أننا أجرينا العملية ذاتها لكننا في النهاية حصلنا على العدد (18) وعندما أوجدنا ناتج قسمته على العدد (9) قمنا بإضافة العدد (2) إلى آخر خانة من الناتج وهنا نلاحظ بأننا في الخطوة الأخيرة قد قمنا بإضافة العدد (1) فقط لكن إذا دققتم أكثر

فستلاحظون أننا أيضاً أضفنا العدد (1) عندما حصلنا على الناتج (62)، ففي الطريقة المشروحة في البداية أضفنا العدد (61) فقط وهكذا تكون الإجابتين صحيحتان وهذه هي الطريقة وهذا هو التفسير الرياضي لها.

طريقة رائعة للتنصيف:

التنصيف عكس التضعيف نبدأ من نهاية يسار الرقم وننصف الخانة إذا كانت زوجية أمل إذا كانت فردية فنقوم بسحب واحد منها إلى المنزلة التي تليها وننصف وبعد ذلك ننتقل إلى المنزلة التي تليها وهكذا (عندما نسحب واحد إلى الخانة التالية فإننا نضعه في الخانة الثانية في خانة العشرات بالنسبة للعدد الموجود في الخانة).

مثال:

$$4925 \div 2 =$$

١. نصف (4) هو (2).
٢. بالنسبة للعدد (9) نقوم بسحب واحد منها إلى الخانة التالية فتصبح (8)، نصف (8) هو (4).
٣. بالنسبة للعدد (2) فقد قمنا بسحب واحد من الخانة التي قبلها وأضفناه لها فأصبحت (12) ،نصف (12) هو (6).
٤. نصف (6) هو (3).
٥. فيكون الناتج كاملاً (2463).

طريقة لإيجاد ناتج القسمة على العدد (5) أو (50) أو (500) . . . . :

الخطوة الرئيسية في هذه الطريقة هو أن تقوم بضرب المقسوم بالعدد (2) ومن ثم تقوم بتحريك الفاصلة العشرية لليسار.

القسمة على (5):

نقوم بضرب المقسوم بالعدد (2) ومن ثم نحرك الفاصلة العشرية خانة واحدة لليسار.

مثال:

$$123 \div 5 =$$

١. $123 \times 2 = 246$.
٢. نقوم بإزاحة الفاصلة العشرية خانة نحو اليسار فيكون الناتج: 24,6.

القسمة على (50):

نقوم بضرب المقسوم بالعدد (2) ومن ثم نحرك الفاصلة العشرية خانتان نحو اليسار.

مثال:

$$1324 \div 50 =$$

١. $1324 \times 2 = 2648$.
٢. نقوم بإزاحة الفاصلة العشرية خانتان نحو اليسار فيكون الناتج: 26,48.

القسمة على (500):

نقوم بضرب المقسوم بالعدد (2) ومن ثم نحرك الفاصلة العشرية ثلاث خانات نحو اليسار.

مثال:

$$2452 \div 50 =$$

١. $2452 \times 2 = 4094$.
٢. نقوم بإزاحة الفاصلة العشرية ثلاث خانات نحو اليسار فيكون الناتج: 4,094.

طريقة لإيجاد ناتج قسمة أي عدد على عدد مكون من خانتين:[١٤]

١. نصطلح على تسمية خانة الآحاد من المقسوم عليه بالعدد (b)،وخانة العشرات من المقسوم عليه بالعدد (a).
٢. نقوم بكسر المقسوم عليه إلى قسمين (a) و (b) لجعل عملية القسمة أكثر سهولة لأنه كما نعلم قسمة عدد على عدد من منزلتين قد يكون أمراً صعباً لكن القسمة على عدد من خانة واحدة هو أمر غاية في السهولة.
٣. نسمي العدد (a) المقسوم عليه الرئيسي، العدد (b) خانة غير المستخدمة، من التسمية يجب أن نعلم بأننا لن نستخدمها كثيراً.

a ⟵ 4 3 ⟶ b القسمة على (43) قد تكون صعبة لكن القسمة

- على العدد (4) هو أمر سهل

والآن نبدأ القسمة من اليسار إلى اليمين (من أول خانة من اليسار).

٤. نأخذ الخانة الأولى من اليسار ونوجد ناتج قسمتها على العدد (a)، وندون الناتج كأول خانة من الجواب.

$2679502 \div 43$ $\quad$ $26 \div 4 = 6$ وهي الخانة الأولى من الناتج.

٥. والآن في هذه الخطوة نحمل باقي قسمة الخانة الأولى من المقسوم على العدد (a) إلى الخانة التالية من المقسوم عليه ولكن علينا أن ننتبه إلى أننا نضعها كخانة عشرات بالنسبة للخانة الثانية من المقسوم فمثلاً إذا كان باقي قسمة الخانة الأولى من المقسوم على العدد (a) هو (3) والخانة الثانية من المقسوم هي (4) فعندما نحمل الباقي إلى الخانة التالية يصبح العدد الموجود لدينا هو (34)، ويكون المقسوم بالنسبة للخطوة الثانية هو العدد الذي تشكل لدينا من حمل الباقي من قسمة الخانة الأولى على العدد (a)، ناقصاً جداء ناتج قسمة الخانة الأولى من المقسوم على العدد (a) بالعدد (b)، ولكن هنا أيضاً علينا الانتباه لأنه إذا حسبنا المقسوم بالنسبة للخطوة الثانية وكان عدداً سالباً عندها يجب علينا أن نعود خطوة للوراء لأن هذا يعني بأننا قد اقترفنا خطأً ما وعلينا في هذه الحالة أن نقلل واحد (-1) من ناتج قسمة الخانة السابقة من المقسوم على العدد (a) .

في المثال الذي في الأعلى باقي قسمة العدد (26) على العدد (4) هو (2)، الآن لكي نحصل على المقسوم للخطوة الثانية نأخذ العدد (27)، "قمنا بحمل الباقي إلى الخانة التالية"، ونطرح منه ناتج الجداء $(3 \times 6 = 18)$، فنحصل على العدد (9)، وهو المقسوم الذي سنقوم بقسمته على العدد (4) وهكذا....

[١٤] Vedic Math Genius(2003), Kenneth, Williams ،(33).

٦. نتابع على المنوال ذاته حتى نحصل على العدد (0)، كمقسوم ، فلحظة حصولنا على العدد (0) كمقسوم نتوقف ويكون الناتج الذي حصلنا عليه هو الجواب الكامل والباقي (0).

مثال:

$$2679502 \div 43 =$$

١. نقوم بكسر المقسوم عليه إلى العددين (a), (b) $(a) = 3$ و $(b) = 4$
٢. نأخذ بداية العدد (26) ونوجد ناتج قسمته على العدد (4)، $(26 \div 4 = 6)$ والباقي (2).
٣. نحمل الباقي من القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (27)، والآن نطرح من العدد (27) الناتج (3×6)، لنحصل على المقسوم للخطوة الثانية وهو (9).
٤. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد (9)، على العدد (4)، $(9 \div 4 = 2)$ والباقي (1).
٥. نحمل باقي القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (19)، والآن نطرح من العدد (19) الناتج (3×2)، لنحصل على المقسوم التالي وهو (13).
٦. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد (13)، على العدد (4)، $(13 \div 4 = 3)$ والباقي (1).
٧. نحمل باقي القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (15)، والآن نطرح من العدد (15) الناتج (3×3)، لنحصل على المقسوم التالي وهو (6).
٨. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد (6)، على العدد (4)، $(6 \div 4 = 1)$ والباقي (2).
٩. نحمل باقي القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (20)، والآن نطرح من العدد (20) الناتج (3×1) ، لنحصل على المقسوم التالي وهو (17).
١٠. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد(17)، على العدد(4)، $(17 \div 4 = 4)$ والباقي (1).
١١. نحمل باقي القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (12)، والآن نطرح من العدد (12) الناتج (3×4)، لنحصل على المقسوم التالي وهو (0).
١٢. عندما نحصل على العدد (0) كمقسوم نتوقف ويكون الناتج الذي حصلنا عليه إلى هذا الحد هو الجواب الكامل وهو (62314).

مثال أخر:

$7 \quad {}_{1}3 \quad {}_{0}9 \quad {}_{1}2 \quad {}_{1}2$ 23 ← المقسوم عليه

4   3   9   0

3   2   1   4

القسمة على (23) قد تكون صعبة لكن القسمة على (2) أمر غاية في السهولة.

وهو الناتج المطلوب.

مثال آخر:

74   21   0   0   8   6

2

قمنا بوضع العدد (2) كناتج قسمة (21) على العدد (7) مع أن العدد (7) يقسم العدد (21) ويكون الناتج (3) ولكن إذا وضعنا العدد (3) وفكرنا قليلاً لوجدنا أن العدد $(74 \times 3 > 210)$ وبالتالي نكون قد ارتكبنا خطئاً ولو أننا وضعنا العدد (3) لحصلنا في الخطوة التالية على عدد سالب على أنه المقسوم وهذا غير ممكن، لذا عندما نقسم خانة من العدد على العدد (a) ويكون العدد (a) يقسم هذا العدد تماماً علينا أن ننتبه إلى الخانة التالية ففي المثال السابق كان باقي قسمة المقسوم الثاني على العدد (a) صفراً مع ذلك تابعنا العملية.

$74 \qquad 21 \quad {}_{7}0 \quad {}_{6}0 \quad {}_{7}8 \quad {}_{3}6$

62   28   66   0

2   8   3   9

عندما قمنا بحساب ناتج قسمة المقسوم الثالث وهو(28) على العدد (7) كان بإمكاننا أن نأخذ الناتج (4) ولكننا هنا نعيد التفكير وننظر إلى الخانة التالية وإلى المقسوم التالي فإذا كان سالباً يجب أن نعلم بأننا قد أخطأنا وعلينا العودة خطوة إلى الوراء ونقلل واحداً

من الناتج الذي وضعناه في الخطوة السابقة فإذا وضعنا العدد (4) نقوم بتقليله بمقدار واحد ونضع بدلاً منه العدد (3) كما فعلنا هنا، وتذكروا ايضاً أنه عندما تحصلوا على العدد (0) كمقسوم فعليكم أن تتوقفوا وتكونوا قد أنهيتم السؤال والجواب الذي حصلتم عليه هو الجواب الكامل.

ملاحظة:

السر في هذه العملية يكمن في قدرتكم على كسر المقسوم إلى أعداد صغيرة يمكنكم التعامل معها بسهولة فمثلاً عندما نقسم عدداً ما على العدد (53)، يمكننا أن نكسر المقسوم إلى العددين (5) و (3)، وكلاهما أعداد من السهل جداً التعامل معها، والتعامل مع الأعداد التي تتكون من ثلاث منازل هو بالسهولة ذاتها كما سترى لاحقاً.

طريقة لإيجاد ناتج قسمة أي عدد على عدد مكون من ثلاث خانات:

هذه الطريقة ليست مختلفة كثيراً عن القسمة على عدد من خانتين ولكن هنا سوف نقوم بكسر المقسوم عليه إلى قسمين الأول مكون من خانتين والثاني من خانة واحدة.

نتبع الخطوات ذاتها التي ذكرناها في الفقرة السابقة:

١. نصطلح على تسمية العدد المكون من خانتي المئات والعشرات من المقسوم عليه بالعدد (a)، وخانة الآحاد من المقسوم عليه بالعدد (b).
٢. نقوم بكسر المقسوم عليه إلى قسمين (a) و (b) لجعل عملية القسمة أكثر سهولة فالقسمة على عدد مكون من ثلاث خانات يقع بين العدد (100) والعدد (200) قد تكون صعبة ولكن القسمة على عدد يقع بين العدد (10) والعدد (20)، هو أمر سهل.
٣. نسمي العدد (a) المقسوم عليه الرئيسي، العدد (b) خانة غير المستخدمة، من التسمية يجب أن نعلم بأننا لن نستخدمها كثيراً.

$$a \longleftarrow 12 \quad 3 \longrightarrow b$$

القسمة على العدد (123) قد تكون صعبة لكن القسمة على العدد (12) أمر بسيط

٤. والآن نبدأ القسمة من اليسار إلى اليمين (من أول خانة من اليسار).
٥. نأخذ الخانة الأولى من اليسار ونوجد ناتج قسمتها على العدد (a)، وندون الناتج كأول خانة من الجواب.

$67362 \div 103$ $\quad 67 \div 10 = 6$ وهي الخانة الأولى من الناتج.

٦. والآن في هذه الخطوة نحمل باقي قسمة الخانة الأولى من المقسوم على العدد (a) إلى الخانة التالية من المقسوم عليه، ولكن علينا أن ننتبه إلى أننا نضعها كخانة عشرات بالنسبة للخانة الثانية من المقسوم فمثلاً إذا كان باقي قسمة الخانة الأولى من المقسوم على العدد (a) هو (3) والخانة الثانية من المقسوم هي (4) فعندما نحمل الباقي إلى الخانة التالية يصبح العدد الموجود لدينا هو (34)، ويكون المقسوم بالنسبة للخطوة الثانية هو العدد الذي تشكل لدينا من حمل الباقي من قسمة الخانة الأولى على العدد (a)، ناقصاً جداء ناتج قسمة الخانة الأولى من المقسوم على العدد (a) بالعدد (b)، ولكن هنا أيضاً علينا الانتباه لأنه إذا حسبنا المقسوم بالنسبة للخطوة الثانية وكان عدداً سالباً عندها يجب علينا أن نعود خطوة للوراء لأن هذا يعني بأننا قد اقترفنا خطأً ما وعلينا في هذه الحالة أن ننقل واحد (-1) من ناتج قسمة الخانة السابقة من المقسوم على العدد (a) .
في المثال السابق باقي قسمة العدد (67) على العدد (10) هو (7)، والآن كما فعلنا سابقاً للحصول على المقسوم للخطوة التالية نأخذ العدد (73)، "قمنا بحمل الباقي إلى الخانة التالية"، ونطرح منه ناتج الجداء ($3\times6= 18$)، فنحصل على العدد (55)، وهو المقسوم الذي سنقوم بقسمته على العدد (10) وهكذا....

٧. نتابع على المنوال ذاته حتى نحصل على العدد (0)، كمقسوم ، فلحظة حصولنا على العدد (0) كمقسوم نتوقف ويكون الناتج الذي حصلنا عليه هو الجواب الكامل والباقي (0) .

مثال:

$$67362 \div 103 =$$

١. نقوم بكسر المقسوم عليه إلى العددين (a) و (b)، $(a) = 10$ و $(b) = 3$.
٢. نأخذ بداية العدد (67) ونوجد ناتج قسمته على العدد (10)، $(67 \div 10 = 6)$ والباقي (7).
٣. نحمل الباقي من القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (73)، والآن نطرح من العدد (73) الناتج (3×6)، لنحصل على المقسوم للخطوة الثانية وهو (55).
٤. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد (55)، على العدد(10) ، $(55 \div 10 = 5)$ والباقي (5).
٥. نحمل باقي القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (56)، والآن نطرح من العدد (56) الناتج (3×5)، لنحصل على المقسوم التالي وهو (41).
٦. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد (41)، على العدد (10)، $(41 \div 10 = 4)$ والباقي (1).
٧. نحمل باقي القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (12)، والآن نطرح من العدد (12) الناتج (3×4)، لنحصل على المقسوم التالي وهو(0) .
٨. عندما نحصل على العدد (0) كمقسوم نتوقف ويكون الناتج الذي حصلنا عليه إلى هذا الحد هو الجواب الكامل وهو (654) .

أرأيتم ألم يكن الأمر سهلاً الآن كل ما عليكم فعله هو حفظ ه الطريقة والتدرب عليها عن طريق حل بعض التمارين وتذكروا، بقدر ما تتدربوا بقدر ما تتمكنوا من كسر الحاجز بينكم وبين الرياضيات والأعداد ويصبح التعامل مع الأعداد بالنسبة لكم أمراً غاية في السهولة، لذا لماذا لا تحاولون؟؟؟.

ملاحظة:

إذا تمكنتم من إجراء الحسابات والحصول على الناتج دون الاستعانة بالورقة والقلم أو أي وسيلة أخرى عندها اعلموا بأنكم قد وصلتم إلى مرحلة متقدمة من الحساب الذهني ولكن هذا لا يعني أنكم انتهيتم من التعلم على العكس يجب عليكم في هذه المرحلة أن تضاعفوا جهودكم أكثر لتطوروا أنفسكم في هذا المجال وهو شيء لن تندموا عليه أبداً.

مثال آخر:

$$64288 \div 112 =$$

١. أولاً كالمعتاد نقوم بكسر المقسوم إلى العددين (b) و (a) ، $(a) = 11$ و $(b) = 2$.
٢. نبدأ بالعدد (64) ونقوم بإيجاد ناتج قسمته على العدد (a)، $(64 \div 11 = 5)$ والباقي (9)، ويكون العدد (5) الخانة الأولى من الناتج.
٣. نحمل الباقي من القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (92)، والآن نطرح من العدد (92) الناتج (2×5)، لنحصل على المقسوم للخطوة الثانية وهو (82).
٤. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد(82)، على العدد(11)، $(82 \div 11 = 7)$،والباقي (5).
٥. نحمل الباقي من القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد(58) ، والآن نطرح من العدد (58) الناتج (2×7) لنحصل على المقسوم للخطوة التالية وهو (44).
٦. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد (44)، على العدد(11)، $(44 \div 11 = 4)$, والباقي (0).
٧. نحمل الباقي من القسمة السابقة إلى الخانة التالية، فيصبح لدينا العدد (8)، والآن نطرح من العدد (8) الناتج (2×4) لنحصل على المقسوم للخطوة التالية وهو (0).
٨. في اللحظة التي نحصل فيها على العدد (0) كمقسوم نتوقف عن القسمة ويكون الناتج الذي حصلنا عليه هو الجواب المطلوب وهو (574).

طريقة اخرى لتمثيل العملية لتصبح أكثر سهولة لتجريها في عقلك:

${}_{0}8$	${}_{5}8$	${}_{9}2$	6 4	112	← المقسوم عليه
0	44	82			العدد الصغير على يسار الخانة هو باقي قسمة الخانة السابقة على العدد (a) والعدد الموجود تحت الخانة هو المقسوم التابع لهذه الخانة
	4	7	5		وهو الناتج المطلوب.

مثال آخر:

${}_{0}3$	${}_{2}1$	${}_{4}4$	28	123	
0	12	38			
	1	3	2		وهو الناتج المطلوب.

ما رأيكم بهذا أليس أمراً رائعاً؟؟! أعني يفترض أن تكون القسمة أصعب العمليات الرياضية وها أنتم هؤلاء تقومون بإيجاد ناتج قسمة أي عدد على عدد من خانتين أن متأكد بأنكم قادرون على القيام بهذه الخطوات ذهنياً دون استعمال أي وسيلة اخرى.

الآن سنقوم بنقل اج قسمة لموضوع إلى مرحلة أعلى منها قليلاً:

مثال:

${}_{1}8$	${}_{7}3$	${}_{7}1$	87	206	
0	61	47			
	3	2	4		وهو الناتج المطلوب.

ما رأيكم أن نرفع مستوى التحدي قليلاً:

مثال آخر:

3018　1457　${}_{253}6$　${}_{96}9$　${}_{2}4$

2504　905　0

4　8　3

هنا يمكننا القيام بالحساب بطريقتين الأولى هي بأخذ العدد (301) على أنه العدد (a)، ونتابع القسمة كما تعلمنا، والطريقة الثانية هي بأخذ العدد (30) على أنه العدد (a)، وهنا لكم حرية الاختيار ولكن تذكروا أن تختاروا الأرقام التي يسهل لكم التعامل معها وهذا القرار يعود لكم.

ملاحظة:

يمكن أن تعمم الطريقة السابقة لقسمة عدد ما على أي عدد مكون ثلاث خانات لكن أولاً يجب إتقان القسمة على عدد مكون من خانتين بشكل كامل حينها يصبح الأمر غاية في السهولة.

القسمة الجبرية ذهنياً: "Algebraic Division"

في القسمة الجبرية نميز حالتين:

- إذا كان أمثال المجهول (x) في المقسوم عليه يساوي (1)، المقسوم عليه من الشكل $(x \pm c)$ حيث (c) ثابت:

ملاحظة:

يجب أن يكون المقسوم مرتباً ترتيباً تنازلياً بالنسبة للأس بحيث يكون الحد ذو الأس الأعلى في البداية ويليه الحد الأقل منه وهكذا .

١. نقوم بإيجاد ناتج قسمة الحد الأول من المقسوم على (x)، وندونه كأول حد من الناتج.
٢. إذا كان (x) في الحد الأول من الناتج مرفوعاً للأس (n) مثلاً حيث (n) عدداً طبيعياً فإن أس (x) في الحد الذي يليه يكون $(\mathrm{n}-1)$، بعبارة اخرى إن قوة العدد (x)، تتناقص تدريجياً. (القوة هي الأس)، فإذا كان المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوعاً للأس (2) مثلاً فيكون الناتج مكوناً من ثلاث حدود والحد الأخير ثابت أي $(x^2 + x^1 + \mathrm{a})$، حيث (a) عدد ثابت ويتبقى لدينا مهمة حساب الأمثال لكل حد.
٣. الآن لحساب أمثال (x) في الحد الثاني من الناتج نقوم بضرب أمثال الحد الأول من الناتج مع معاكس العدد الثابت من المقسوم عليه (c)، فإذا كان المقسوم عليه من الشكل $(x+1)$، يكون معاكس الثابت في المقسوم عليه هو (-1)، "المعاكس هو العدد ذاته لكن بإشارة معاكسة"، وبعد إيجاد ناتج الجداء نقوم بجمعه مع أمثال الحد التالي من المقسوم الذي له القوة ذاتها.
٤. وباتباع نفس المنهجية نحصل على أمثال الحدود وعندما نصل إلى الحد الثابت من الناتج نقوم بضربه بمعاكس العدد الثابت من المقسوم عليه ونقوم بجمع الناتج مع الحد الثابت من المقسوم لكي نحصل على الباقي.

مثال:

$$x+4 \overline{\big)\, 3x^2 + 14x + 8}$$

١. $3x^2 \div x = 3x$ وهو الحد الأول من الناتج.

٢. بما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (1) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (0)، والآن لحساب الحد الأخير من الناتج وهو الحد الثابت،" يكون (x) في الحد الأخير مرفوع للأس (0)، وكما نعلم أي عدد يرفع للأس (0) يساوي الواحد لذلك يكون الحد الأخير من الناتج مستقلاً عن (x)"، :

$3 \times (-4) = -12$ و $(-12) + 14 = 2$ أذاً الحد الثاني من الناتج هي (2).

٣. والآن لحساب باقي القسمة : $2 \times (-4) = -8$ و $(-8) + 8 = 0$ إذاً باقي القسمة هو (0) .

٤. فيكون الناتج الكلي $3x + 2$ والباقي: (0).

مثال آخر:

$$x-2 \overline{\big)\, x^3 - 9x^2 + 17x - 4}$$

١. $x^3 \div x = x^2$ ، وهو الحد الأول من الناتج.

٢. بما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (2) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (1)، والآن لحساب أمثال الحد الثاني من الناتج:

$1 \times 2 = 2$ و $2 + (-9) = -7$ إذاً أصبح لدينا الحد الثاني من الناتج هو $(-7x)$.

٣. الآن بما أن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج مرفوع للأس(1) فإن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (0) مما يعني بأنه الحد المستقل عن (x)،والآن لحساب الحد الأخير من الناتج:

$(-7) \times 2 = -14$ و $(-14) + 17 = 3$ إذاً أصبح لدينا الحد الأخير من الناتج هو (3).

٤. الآن لحساب باقي القسمة:

$3 \times 2 = 6$ و $6 + (-4) = 2$ إذاً باقي القسمة هو (2).

٥. فيكون الناتج الكلي $x^2 - 7x + 3$ والباقي:(2) .

مثال آخر:

$$x+1 \overline{\big) 2x^2+7x+5}$$

١. $2x^2 \div x = 2x$ وهو الحد الأول من الناتج.
٢. كالعادة بما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (1) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (0)، والآن لحساب الحد الأخير من الناتج وهو الحد المستقل عن (x) :
$2 \times (-1) = -2$ و $(-2)+7=5$ إذاً أصبح لدينا الحد الأخير من الناتج هو (5).
٣. والآن لحساب الباقي:
$5 \times (-1) = -5$ و $(-5)+5=0$ إذاً باقي القسمة هو (0).
٤. فيكون الناتج الكلي $2x+5$ والباقي: (0).

- إذا كان أمثال المجهول (x) في المقسوم عليه لا يساوي (1)، المقسوم عليه من الشكل $(ax \pm c)$ حيث $(a), (c)$ ثوابت:

ملاحظة:

يجب أن يكون المقسوم مرتباً ترتيباً تنازلياً بالنسبة للأس بحيث يكون الحد ذو الأس الأعلى في البداية ويليه الحد الأقل منه وهكذا .

هذه الحالة ليست مختلفة كثيراً عن الحالة السابقة فقط لدينا خطوة إضافية لنقوم بها.

١. نقوم بإيجاد ناتج قسمة الحد الأول من المقسوم على (ax)، وندونه كأول حد من الناتج.
٢. إذا كان (x) في الحد الأول من الناتج مرفوعاً للأس (n) مثلاً حيث (n) عدداً طبيعياً فإن أس (x) في الحد الذي يليه يكون $(n-1)$، بعبارة اخرى إن قوة العدد (x)، تتناقص تدريجياً. (القوة هي الأس)، فإذا كان المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوعاً للأس (2) مثلاً فيكون الناتج مكوناً من ثلاث حدود والحد الأخير ثابت أي (x^2+x^1+a)، حيث (a) عدد ثابت ويتبقى لدينا مهمة حساب الأمثال لكل حد.
٣. الآن لحساب أمثال (x) في الحد الثاني من الناتج نتبع الطريقة السابقة ذاتها لكن مع إضافة خطوة بسيطة، نقوم بضرب أمثال الحد الأول من الناتج مع معاكس العدد

الثابت من المقسوم عليه (c)، فإذا كان المقسوم عليه من الشكل $(3x + 2)$، يكون معاكس الثابت في المقسوم عليه هو (-2)، "المعاكس هو العدد ذاته لكن بإشارة معاكسة"، وبعد إيجاد ناتج الجداء نقوم بجمعه مع أمثال الحد التالي من المقسوم الذي له القوة ذاتها ولكن قبل أن ندون الإجابة في الناتج نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد الذي حصلنا عليه من العملية السابقة على أمثال المجهول (x) من المقسوم عليه وبذلك نكون قد حصلنا على أمثال احد الثاني من الناتج.

٤. وباتباع نفس المنهجية نحصل على أمثال الحدود وعندما نصل إلى الحد الثابت من الناتج نقوم بضربه بمعاكس العدد الثابت من المقسوم عليه لكي نحصل على الباقي ، ملاحظة: عندا نريد إيجاد باقي القسمة فليس هناك داع لكي نقسم العدد الحاصل على أمثال المجهول (x) من المقسوم عليه بل نتبع نفس الخطوات في الطريقة السابقة .

مثال:

$$6x + 1 \;\big|\; 6x^2 + 37x + 8$$

١. $6x^2 \div 6x = x$ وهو الحد الأول ن الناتج.

٢. بما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (1) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (0)، والآن لحساب الحد الأخير من الناتج وهو الحد المستقل عن (x) :

$1 \times (-1) = -1$ و $(-1) + 37 = 36$ و $36 \div 6 = 6$ إذاً الحد الأخير من الناتج هو (6).

٣. والآن لحساب الباقي:

$6 \times (-1) = -6$ و $(-6) + 8 = +2$ إذاً باقي القسمة هو (2).

٤. ويكون الناتج الكلي $x + 6$ والباقي : (2).

مثال آخر:

$$2x+1 \,\overline{\big)\, 4x^3-12x^2-15x-4}$$

١. $4x^3 \div 2x = 2x^2$ وهو الحد الأول من الناتج.

٢. كالعادة بما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (2) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (1)، والآن لحساب أمثال الحد الثاني من الناتج :

$2\times(-1) = -2$ و $(-2)+(-12) = -14$ و $(-14)\div 2 = -7$

إذاً أصبح لدينا الحد الثاني من الناتج هو $(-7x)$.

٣. الآن بما أن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج مرفوع للأس (1) فإن المجهول (x) في الحد الثالث من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (0)، والآن لحساب الحد الأخير من الناتج وهو الحد المستقل عن (x) :

$(-7)\times(-1) = 7$ و $7+(-15) = -8$ و $(-8)\div 2 = -4$

إذاً أصبح لدينا الحد الأخير من الناتج هو (-4).

٤. والآن لإيجاد باقي القسمة :

$(-4)\times(-1) = 4$ و $4+(-4) = 0$ إذا الباقي هو (0).

٥. فيكون الناتج الكلي هو $2x^2-7x-4$ والباقي : (0).

مثال آخر:

$$2x+5 \,\overline{\big)\, 2x^2+9x+10}$$

١. $2x^2 \div 2x = x$ وهو الحد الاول من الناتج.

٢. بما أن المجهول (x) في الحد الأول من الناتج مرفوع للأس (1) فإن المجهول (x) في الحد الثاني من الناتج سيكون مرفوعاً للأس (0)، والآن لحساب الحد الأخير من الناتج وهو الحد المستقل عن (x) :

$1\times(-5) = -5$ و $(-5)+9 = 4$ و $4\div 2 = 2$ إذاً أصبح لدينا الحد الأخير من الناتج هو (2).

٣. والآن لإيجاد باقي القسمة:

$2\times(-5) = -10$ و $(-10)+10 = 0$ إذاً باقي القسمة هو(0).

٤. ويكون الناتج الكلي هو $x+2$ والباقي : (0).

التحقق من الإجابة:

بإمكاننا التأكد من صحة إجاباتنا في القسمة الجبرية بطريقة سريعة وسهلة عن طريق القيام بالعمليات ذاتها لكن على الأقسام العددية من الحدود "أمثال المجهول (x) في كل حد"

١. نقوم بإجراء العمليات الحسابية الموجودة بين حدود المقسوم على الأمثال.
٢. نقوم بطرح الباقي من الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة السابقة.
٣. الآن نقوم بإجراء العمليات الموجودة بين حدود المقسوم عليه على أمثال الحدود.
٤. الآن نقوم بإيجاد ناتج قسمة العدد الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية على العدد الذي حصلنا عليه في الخطوة الثالثة لكي نحصل على الناتج.
٥. بعد ذلك نقوم بإجراء العمليات الموجودة في الناتج على أمثال الحدود.
٦. إذا كان الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الرابعة مساوٍ للناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الخامسة يكون الجواب الذي حصلنا عليه صحيحاً.

مثال:

$$x + 4 \overline{\big)\, 3x^2 + 14x + 8}$$

عند إجراء القسمة أعلاه توصلنا إلى أن الناتج هو $(3x + 2)$ والباقي: (0)، والآن كل ما علينا فعله للتأكد من الإجابة هو القيام بإجراء العمليات الحسابية على الأمثال العددية:

١. في المقسوم : $3 + 14 + 8 = 25$
٢. $25 - 0 = 25$
٣. في المقسوم عليه : $1 + 4 = 5$
٤. $25 \div 5 = 5$
٥. في الناتج: $3 + 2 = 5$
٦. نلاحظ بأننا حصلنا على ناتجين متماثلين لذا الجواب الذي حصلنا عليه صحيح.

مثال آخر:

$$x-2 \overline{\big)\, x^3-9x^2+17x-4}$$

عند إجراء القسمة أعلاه وجدنا أن الناتج هو (x^2-7x+3) والباقي:(2) ، الآن كل ما علينا فعله للتأكد من الناتج هو إجراء العمليات الحسابية على أمثال الحدود.

١. في المقسوم : $1-9+17-4=5$
٢. $5-2=3$
٣. في المقسوم عليه : $1-2=-1$
٤. $3\div(-1)=-3$
٥. في الناتج: $1-7+3=-3$
٦. نلاحظ بأننا حصلنا على ناتجين متماثلين لذا الجواب الذي حصلنا عليه صحيح.

مثال آخر:

$$2x+1 \overline{\big)\, 4x^3-12x^2-15x-4}$$

عند إجراء القسمة أعلاه وجدنا أن الناتج هو $(2x^2-7x-4)$ والباقي : (0)، الآن كل ما علينا فعله للتأكد من الناتج هو إجراء العمليات الحسابية على أمثال الحدود.

١. في المقسوم : $4-12-15-4=-27$
٢. $(-27)-0=-27$
٣. في المقسوم عليه : $2+1=3$
٤. $(-27)\div 3=-9$
٥. في الناتج: $2-7-4=-9$
٦. نلاحظ بأننا حصلنا على ناتجين متماثلين لذا الجواب الذي حصلنا عليه صحيح.

والآن أصبح بإمكانك أن تقوم بالقسمة الجبرية ذهنياً كما أنك الآن قدرٌ على أن تتحقق من إجابتك إذا كانت صحيحة أم لا في ثوانٍ أليس هذا مذهلاً؟! الآن عد إلى التمارين التي قمت بحلها وتأكد من الناتج بهذه الطريقة.

Squaring التربيع

تربيع عدد آحاده خمسة:[١٥]

١. نربع العدد (5) وهو (25)، ونكون بذلك قد حصلنا على المنزلتين الأخريين من الناتج "منزلة الآحاد والعشرات".
٢. نقوم بضرب باقي العدد (عدا العدد (5)) بالعدد الذي يليه ونكون بذلك قد حصلنا على بداية الناتج.

مثال:

$$(25)^2 =$$

١. (25) هما الخانتين الآخرتين من الناتج.
٢. $(2 \times 3 = 6)$، فيكون الناتج (625).

مثال آخر:

$$(65)^2 =$$

١. هما الخانتين الآخرتين من الناتج.
٢. $(6 \times 7 = 42)$ و فيكون الناتج (4225).

مثال آخر:

$$(75)^2 =$$

١. (25) هما الخانتين الآخرتين من الناتج.
٢. $(7 \times 8 = 56)$، فيكون الناتج (5625).

---

[١٥] .(76), *Speed Mathematic(2003),Bill,handley*

البرهان الرياضي لهذه الطريقة:

ليكن العدد $(x5)$ هو العدد الذي أنوي تربيعه وكما نلاحظ فإن آحاده خمسة وإذا أردنا كتابته بشكل نفصل فيه الآحاد عن العشرات ستحصل على $(10x + 5)$ وهنا اعتبرت أن العدد مكون من خانتين، فإذا أردنا تربيع هذا العدد:
$(10x+5)^2 = 100x^2 + 100x + 25$.

الآن نقوم بإخراج عامل مشترك:
$100x^2 + 100x + 25 = 100x(x+1) + 25$
وكما نلاحظ يمكننا كتابة العدد النهائي بالشكل: $x(x+1) + 25$.

ملاحظة:

العدد (100) قبل (x) هو دلالة على أنه في منزلة المئات.

✓ تربيع الأعداد بين (10) و (19) ذهنياً وبسهولة:

١. نقوم بإيجاد ناتج جمع خانة الآحاد من العدد مع العدد كاملاً.
٢. نربع خانة الآحاد.
٣. نقوم بضرب الناتج الذي حصلنا عليه من الخطوة الأولى بعشرة ومن ثم نضيف له الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية.

مثال:

$(13)^2 =$

١. $13 + 3 = 16$
٢. $(+3)^2 = 9$
٣. $16 \times 10 = 160$ و $160 + 9 = 169$. وهو مربع العدد (13)

مثال آخر:

$(19)^2 =$

١. $19 + 9 = 28$
٢. $(+9)^2 = 81$
٣. $28 \times 10 = 280$ و $280 + 81 = 361$. وهو مربع العدد (19).

تربيع الأعداد التي تقع بين (20) و (30) ذهنياً:

هذه الطريقة هي ذاتها طريقة تربيع الأعداد التي تقع بين (10) و (19) لكن مع تعديل بسيط

١. نفرض بأن العدد الذي أريد تربيعه هو (x)، أولاً نقوم بإيجاد ناتج الفرق $(x - 20)$ مع ملاحظة أن إشارة الناتج مهمة .
٢. نقوم بجمع الناتج الذي حصلنا عليه من الخطوة الأولى مع العدد الكلي وبعد ذلك نضرب الناتج بالعدد (2).
٣. نقوم بتربيع الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الأولى.
٤. نقوم بضرب الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية بالعدد (10) و بعد ذلك نجمعه مع العدد الذي حصلنا عليه في الخطوة الثالثة وبذلك نحصل على الجواب.

التوضيح :

كما ذكرت سابقاً عندما كنا نربع الأعداد التي تقع بين (10) و (19) استعملنا العدد (10) ك ***(Reference number)***،لكن في حالة كان العدد يقع بين (20) و (29) عندها نستعمل العدد (20) ك والذي يحقق $(2 \times 10 = 20)$ لذلك قمنا بضرب الناتج بالعدد (2) في الخطوة الثانية.

مثال:

$$(24)^2 =$$

١. $24 - 20 = +4$
٢. $24 + 4 = 28$ و $28 \times 2 = 56$
٣. $(+4)^2 = 16$ و $56 + 16 = 62$ وهو الناتج.

مثال آخر:

$$(27)^2 =$$

١. $27 - 20 = +7$
٢. $27 + 7 = 34$ و $34 \times 2 = 68$
٣. $(+7)^2 = 49$
٤. $68 \times 10 = 680$ و $680 + 49 = 729$ وهو الناتج.

تربيع الأعداد التي تقع بين (30) و (70) ذهنياً:[16]

١. لنفرض أن العدد الذي أريد تربيعه هو (x)، أولاً نقوم بإيجاد ناتج الفرق $(50-x)$ مع ملاحظة أن إشارة الناتج مهمة.
٢. ثم نقوم بجمع الناتج الذي حصلنا عليه من الخطوة الأولى مع العدد (25) .
٣. نقوم بضرب الناتج الذي حصلنا عليه من الخطوة الثانية بالعدد (100) .
٤. نقوم بتربيع الناتج الذي حصلنا عليه من الخطوة الأولى.
٥. نقوم بجمع الناتجين من الخطوة الثالثة والرابع، وبذلك نكون قد حصلنا على الجواب.

مثال:

$$(52)^2 =$$

١. $50 - 52 = +2$
٢. $25 + 2 = 27$
٣. $27 \times 100 = 2700$
٤. $(+2)^2 = 4$
٥. $2700 + 4 = 2704$ وهو الناتج المطلوب.

مثال آخر:

$$(46)^2 =$$

١. $50 - 46 = -4$
٢. $46 + (-4) = 42$
٣. $42 \times 100 = 4200$
٤. $(-4)^2 = 16$
٥. $4200 + 16 = 4216$ وهو الجواب.

---

[16] .(78), Speed Mathematic(2003),Bill,handley

✓ طريقة سهلة للغاية لتربيع الأعداد التي تقع بالقرب من ***(Reference number)*** ذهنياً:

ملاحظة:

في هذا القسم ركزت على استعمال العدد (100) ك ***(Reference number)*** من أجل تربيع الأعداد لأن التربيع باستخدام العدد (100) ك ***(Reference number)*** هو القاعدة الأساسية وحالما تتقنوها سيصبح بإمكانكم تربيع الأعداد باستخدام ***(Reference number)*** غير العدد (100) .

على فرض أن العدد المراد تربيعه هو (x).

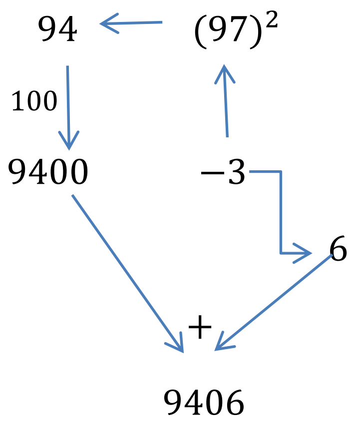
١. أولاً نقوم بإيجاد ناتج الفرق $(x - 100)$ كما في الطريقة السابقة، وندون الناتج بجانب العدد (x) مع ملاحظة أن إشارة الناتج مهمة .
٢. نقوم بجمع الناتج من الخطوة السابقة مع العدد (x) .
٣. نقوم بتربيع العدد الذي حصلنا عليه من الخطوة الأولى.
٤. نضرب الناتج من الخطوة الثانية بالعدد (100) وبعد ذلك نضيف إليه الناتج الذي حصلنا عليه من الخطوة الثالثة ونكون بذلك قد حصلنا على الناتج.

مثال:

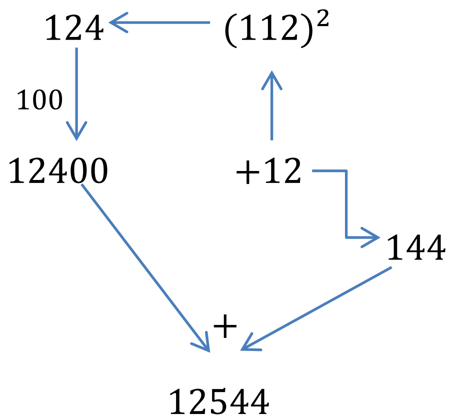
$(97)^2 =$

١. $97 - 100 = -3$
٢. $97 + (-3) = 94$
٣. $(-3)^2 = +6$
٤. $94 \times 100 = 9400$ و $9400 + 6 = 9406$ وهو ناتج التربيع.

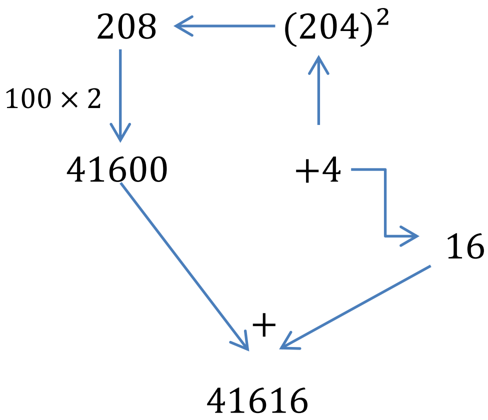
يمكننا الاعتماد على طريقة اخرى تسهل تطبيق هذه الخطوات ذهنياً:



مثال آخر:

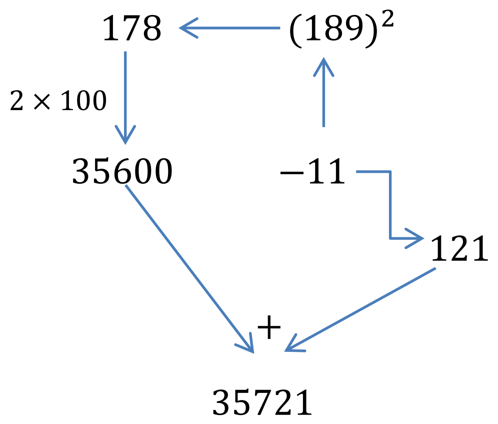


مثال آخر:

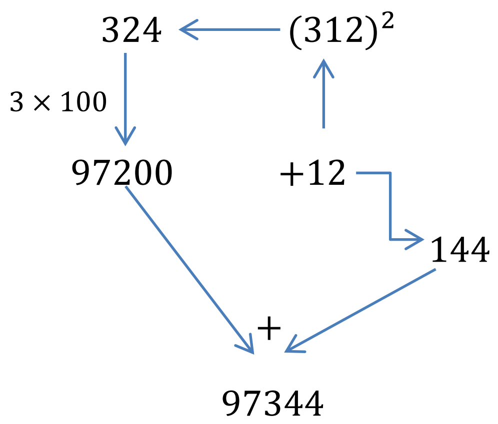


هذا المثال يبين كيف يمكننا استخدام هذه الطريقة على نطاق أوسع.

مثال آخر:



مثال آخر:



التكعيب Cubing

تكعيب الأعداد من (10) حتى (19) ذهنياً:[١٧]

١. نعتبر أن خانة الآحاد من العدد الذي أريد تكعيبه هي (b).
٢. نقوم بإيجاد ناتج ما يلي:

$$\begin{array}{rccc} 1 & b & (b)^2 & (b)^3 \\ + & 2b & 2(b^2) & \\ \hline \end{array}$$

نلاحظ بأن السطر الثاني ناتج عن مضاعفة الحدين الأول والثاني من السطر الأول

ويكون الناتج هو الجواب المطلوب.

مثال:

$$(13)^3 =$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 9 & 27 \\ + & & 6 & 18 \\ \hline 2 & 1 & 9 & 7 \end{array}$$

وهو الناتج المطلوب.

مثال آخر:

$$(15)^3 =$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 5 & 25 & 125 \\ + & & 10 & 50 \\ \hline 3 & 3 & 7 & 5 \end{array}$$

وهو الناتج المطلوب.

---

١٧ *(76), Secret Of Mental Math(2006), Arther, Benjamin and Michael, Shermer*

ملاحظة:

يجب علينا أن نحفظ تكعيب الأرقام من (2) حتى (9) لكي نستطيع القيام بهذه الطريقة وحساب مكعبات الأعداد ذهنياً.

$(2)^3 = 8$

$(3)^3 = 27$

$(4)^3 = 64$

$(5)^3 = 125$

$(6)^3 = 216$

$(7)^3 = 343$

$(8)^3 = 512$

$(9)^3 = 279$

تكعيب الأعداد التي تقع بين (20) و (100) ذهنياً:[١٨]

١. نعتبر خانة الآحاد من الرقم الذي أريد تربيعه هي (b) وخانة العشرات هي (a).
٢. والآن نقوم بإيجاد ناتج ما يلي:

$(a)^3 \quad (a)^2.b \quad (b)^2.a \quad (b)^3$ نلاحظ بأن السطر الثاني ناتج عن ضرب

$+ \quad 2((b)^2.a) \quad 2((a)^2$ الحدين الثاني والثالث من السطر الأول بالعدد (2).

ويكون الناتج هو الجواب المطلوب.

التوضيح :

عندما تناولنا طريقة تكعيب الأعداد من (10) حتى (19) كنا نستخدم الأسلوب ذاته ولكن خانة العشرات كانت (1) لذلك أصبح لدينا الشكل مختصراً وهنا نقوم بنفس الخطوات ولكن علينا حفظ مكعبات الأعداد من (2) حتى (9)، لكي نتمكن من تنفيذ الخطوات ذهنياً.

مثال:

$(32)^3 =$

نقوم بالتشكيل حسب القاعدة:

$$27 \quad 18 \quad 12 \quad 8$$

$$+ \quad 36 \quad 24$$

$32 \quad 7 \quad 6 \quad 8$ وهو الناتج المطلوب.

[١٨] (76), *Secret Of Mental Math(2006), Arther, Benjamin and Michael, Shermer*

مثال آخر:

$(53)^3 =$

نقوم بالتشكيل حسب القاعدة:

125	75	45	27
+	150	90	
148	8	7	7

وهو الناتج المطلوب.

مثال آخر:

$(72)^3 =$

نقوم بالتشكيل حسب القاعدة:

343	98	28	8
+	196	56	
373	2	4	8

وهو الناتج المطلوب.

البرهان الرياضي لهذه الطريقة:[١٩]

لتكن خانة العشرات من العدد المراد تكعيبه هي (a)، وخانة الآحاد من العدد الذي أريد تكعيبه هي (b)، فتكون عملية تكعيب الرقم (ab) من الشكل:

$$(10a+b)^3$$

والآن نقوم بحل هذه المتطابقة التكعيبية:

$$(10a+b)^3 = 1000a^3 + b^3 + 3\times 10a \times b^2 + 3\times b\times 10a^2$$

ملاحظة: إن الأعداد (10) و (100) و (1000) هي للدلالة على خانة العدد فمثلاً (100a) تعني بأن العدد (a) في خانة المئات.

[١٩] البرهان الرياضي لم يكن موجوداً في المرجع وهذا البرهان من تأليفي.

ولو كتبنا حسب الطريقة أعلاه:

$(a)^3 \quad (a)^2.\mathrm{b} \quad (\mathrm{b})^2.a \quad (\mathrm{b})^3$

$+ \quad 2((\mathrm{b})^2.\mathrm{a}) \quad 2((\mathrm{a})^2$ إذا قمنا بعملية الجمع

$a^3 + 3ab^2 + 3ba^2 + b^3$

إيجاد الجذر التكعيبي لأي عدد أصغر من العدد (100) ذهنياً:[٢٠]

١. أولاً ننظر للخانة الأخيرة من الرقم :

إذا كانت (2) نضع (8)   إذا كانت (8) نضع (2)

إذا كانت (3) نضع (7)   إذا كانت (7) نضع (3)

أما إذا كانت رقماً آخر فنضعه مثل ما هو، ونكون بذلك قد حصلنا على خانة الآحاد من الناتج.

٢. نحذف الخانات الثلاث الأخيرة من العدد فيبقى لدينا عدد وكل ما علينا فعله للحصول على خانة العشرات من الناتج هو إيجاد العدد من (2) إلى (10) الذي تكعيبه يعطي العدد الباقي (بعد حذف المنازل الثلاث) أو أصغر منه بقليل، ونكون بذلك قد حصلنا على الناتج.

مثال:

$$\sqrt[3]{79507} =$$

١. الخانة الأخيرة من العدد هي (7) لذلك نضع بدلاً منها العدد (3) فيكون هو خانة الآحاد من الناتج.
٢. نحذف الخانات الثلاث الأخيرة فيبقى لدينا العدد (79)، يا ترى أي الأعداد مكعبه أقرب إلى هذا العدد؟، إنه العدد (4)، لذلك يكون هو خانة العشرات من الناتج
٣. الناتج النهائي هو (43).

مثال آخر:

$$\sqrt[3]{157464} =$$

١. الخانة الأخيرة من العدد هي (4) لذلك لا نبدلها بل نضعها ذاتها على أنها خانة الآحاد من الناتج.
٢. نحذف الخانات الثلاث الأخيرة فيبقى لدينا العدد (157)، يا ترى أي الأعداد مكعبه أقرب إلى هذا العدد؟، إنه العدد (5)، لذلك يكون الناتج هو (54).

---

[٢٠] *.(210), Secret Of Mental Math(2006), Arther, Benjamin and Michael, Shermer*

مثال آخر:

$$\sqrt[3]{373248} =$$

١. الخانة الأخيرة من العدد هي (8) لذلك نبدلها بالرقم (2) ونضعه على أنه خانة الآحاد من الناتج.
٢. نحذف الخانات الثلاث الأخيرة فيتبقى لدينا الرقم (373)، ترى أي الأعداد مكعبه أقرب إلى هذا العدد؟، إنه العدد (7) لذلك يكون الناتج هو (72).

الخاتمة:

في ختام هذا العمل آمل أن تكونوا قد استمتعتم بما قدمته لكم وأرجوا أن تكونوا قد طبقتم ما تعلمناه سوياً في حياتكم العملية وساهمتم في نشره أيضاً حتى نتكاتف سوياً لتعزيز دور الحساب الذهني في حياتنا كما آمل أن أكون قد أوصلت رسالتي إليكم بشكل تام وأن أسهم ولو بجزءٍ بسيط في نشر هذا العلم العظيم الذي وللأسف لا نرى أي اهتمام تجاهه في بلدنا سوريا

ومن الجدير بالذكر بأن كل ما تم ذكره في هذا البحث المختصر ليس إلا جزءاً صغيراً من علم الحساب الذهني حيث أنه كما ذكرت سابقاً فإن هذا العلم عظيم الاتساع.

المصادر والمراجع:

تنمية الحساب الذهني السريع

للكاتب العربي الحوري.

العدد

دار النشر المجلس الوطني للثقافة و والفنون والآداب في الكويت . (1999)

للكاتب جون ماكليش.

Secret Of Mental Math

Published Three Rivers Press. (2006)

by the authors Arther Benjamin and Michael Shermer.

Speed Mathematic

Published by John Wiley & Sons, Inc. (2003)

by the author Bill Handley.

Vedic Math Genius

Published by Inspiration Books. (2003)

by the author Kenneth Williams.

The Long-Lost Secrets Of Mental Math

Published by FunWithFigures.com.

by the author Kenneth Williams.

Speed Math For Kids

Published by John Wiley & Sons, Inc. (2005)

by the author Bill Handely.